

埋込み節杭のデータによる摩擦杭の荷重～沈下量関係推定法の提案

(株) ジオトップ 正会員 ○二見 智子
同上 正会員 小椋 仁志

1. はじめに

鉛直荷重に対する杭の設計において、これまでは支持力のみが重視されて、沈下量についてはあまり検討されていなかった。しかし、基礎構造においても限界状態設計法の導入が検討され始めているように、今後は「変形」も考えた設計が主流になるものと考えられる。したがって、杭の設計でも、これからは支持力だけでなく沈下量の検討も重要になってくる。特に使用限界状態は、支持力ではなく沈下量によって規定される方向にある。そのため、杭が鉛直荷重を受けたときの沈下量を、簡便に精度よく予測する実用的な手法の確立が必要となる。

杭の荷重～沈下量関係（以下、P～S 関係）を推定するには、次の方法があり、多くの適用例が報告されている。

- ① FEM による方法。
- ② Mindlin 解を用いて地盤の変位を求め、それと杭の変位とを適合させて解く方法。
- ③ 周面摩擦抵抗～沈下量関係と先端抵抗～先端沈下量関係を適切な関数で与え、杭の縮み量を考慮して変位の適合条件式を解く方法（以下、荷重伝達法と呼ぶ）。

これらのうち、本論文でデータとして用いた節杭に適用したのものには、②の方法を用いた小椋らの解析法¹⁾と、③の方法による平山らの解析法²⁾がある。しかし、前者は節杭の支持力機構を考慮した複雑なモデルを用いており、計算も煩雑であるため実用化には至っていない。

後者は、周面摩擦抵抗～沈下量関係と先端抵抗～先端沈下量関係の両者に、Kondner 型双曲線関数を仮定して荷重伝達解析³⁾を行ったものである。双曲線の係数は、ひずみ計測を伴う 18 件の埋込み節杭の鉛直載荷試験のデータから導いた式により決めている。この方法は、計算が簡便であって、たいへん実用的な手法である。

ただし、平山らは、「安全側の沈下量を与える」との観点から、解析による沈下量が実測値より大きくなるように双曲線の係数を設定している。しかし、沈下量が実際よりも大きく計算されることは、必ずしも安全側であるとはいえない。むしろ、解析による沈下量は最も可能性の大きい値を与えた上で、その信頼性を確率論に基づいて示す方が合理的と考えられる。

そこで、筆者らは、統計処理するには十分な数の埋込み節杭の鉛直載荷試験が蓄積されたのを機に、平山らによる双曲線係数の見直しを行った。本論文は、この係数の計算方法と P～S 関係の推定方法、および、その信頼性について述べたものである。

2. P～S 関係推定方法の作成手順

本論文では、平山らとほぼ同じ手法を用いて、P～S 関係の推定方法を作成する。以下に、その手順を示す。

- ① 鉛直載荷試験の結果から、ひずみ計断面間ごとの区間周面摩擦応力度 f_1 ～区間沈下量 S_1 関係と先端支持力度 q_p ～先端沈下量 S_p 関係を求める。（第 3 節）
- ② f_1 ～ S_1 関係、 q_p ～ S_p 関係を、Kondner 型双曲線関数に近似させる。（第 4 節）
- ③ その結果得られた各々の双曲線の係数と地盤定数との相関関係を検討し、相関性が認められれば回帰直線を求める。（第 5 節）
- ④ この回帰直線と地盤定数から求めた係数とによって決定する双曲線関数を用いて荷重伝達解析を行うと、P～S 関係が推定できる。（第 6 節）

また、以上の計算で得られた沈下量と、載荷試験で得られた実測値との比を統計処理することによって、推定方法の信頼性を確率論に基づいて検討する。

3. 埋込み節杭の鉛直載荷試験データ

節杭は、外径が軸部径より 100～150mm 大きい節部を 1m ピッチに持つ遠心力成形の PHC 杭であって、主に摩擦杭や中間支持杭として用いられている。以前は杭周に砂利を充填しながら打ち込む工法が多かったが、近年では騒音・振動の低い埋込み工法が主流になっている。その代表例である改良セメントミルク工法（MT 工法）の施工手順を図-1 に示す。この他に、排土量を少なくしたセメントミルク工法（ET 工法）がある。

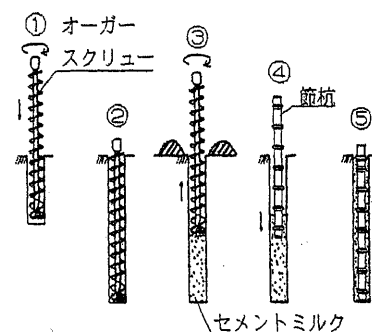
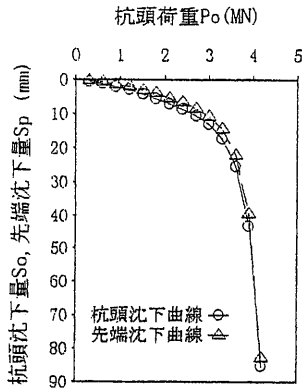


図-1 節杭の埋込み工法 (MT 工法)

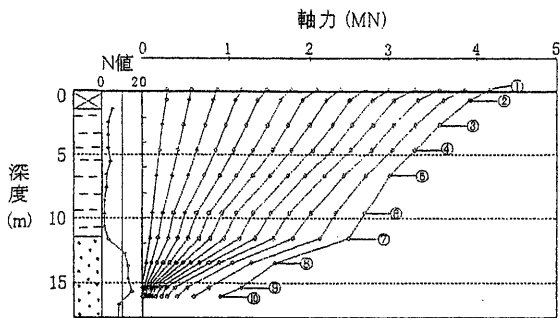
本論文で用いたデータは、この埋込み節杭に対して行われた 74 件の鉛直載荷試験のものであって、すべてひずみ計測を行っている。杭径は $\phi 440$ -300mm (節部径-軸部径)、 $\phi 500$ -400mm、 $\phi 600$ -450mm および $\phi 650$ -500mm の 4 種類であり、杭長は 6～41m (平均 14.9m) である。先端地盤は数例を除いて、N 値が 30 以下の砂質土か粘性土となっている。施工法は、前述の MT 工

法と ET 工法である。なお、本論文で用いたものとはほぼ同じデータを用いて作成した支持力算定式については、文献 4) で述べているので参照されたい。

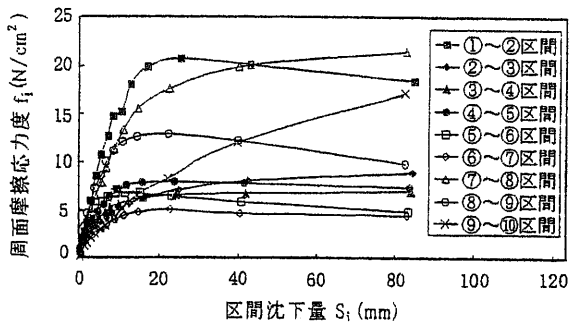
載荷試験結果の一例として、ET 工法で施工された杭径 $\phi 650\text{-}500\text{mm}$ 、杭長 17m (先端部分は N 値 8~13 の砂地盤) の節杭に対するものを図-2 (a)~(d) に示す。(a) は杭頭荷重 P_0 と杭頭沈下量 S_0 、先端沈下量 S_p との関係、



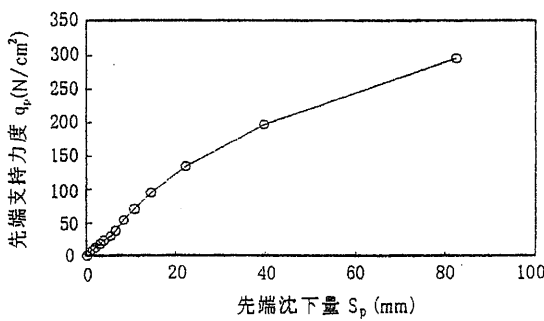
(a) $P_0 \sim S_0$ 関係



(b) 軸力分布図



(c) $f_i \sim S_i$ 関係



(d) $q_p \sim S_p$ 関係

図-2 載荷試験結果の一例

(b) は軸力分布図である。各断面の軸力は、杭頭付近に取り付けたひずみ計の測定値 ϵ_i と杭頭荷重 P_0 との関係から指数関数 $P_0 = a \epsilon_i^b$ による回帰式を求め、その式に各断面のひずみ測定値を代入することによって算定した。

(c) は、区間周面摩擦応力度 $f_i \sim$ 区間沈下量 S_i 関係である。 f_i は各断面間の軸力差を杭周面積 A_f で除して求めた。ここで、埋込み節杭を簡単化して節部径を持つ節の無い杭と考え、 A_f は (節部径 $\times \pi \times$ 区間長) としている。 S_i は杭体の縮み量を考慮して算定した値である。これらの $f_i \sim S_i$ 関係を、区間内で卓越する地盤種類に応じて、砂質土、粘性土および腐植土の 3 種類に分類した。

(d) は、先端支持力度 $q_p \sim$ 先端沈下量 S_p 関係である。 q_p は、最も下端に近い 2 つの断面の軸力から最下端節部位置の軸力を内挿して求め、それを節部断面積 (= 節部径 $^2 \times \pi / 4$) で除したものである。 S_p は先端沈下計による測定値である。

表-1 に、載荷試験数および、杭径と地盤種類ごとのデータ数を示す。

表-1 鉛直載荷試験数およびデータ数

杭径	試験数	周面摩擦抵抗			先端抵抗
		砂	粘土	腐植土	
$\phi 440\text{-}300$	29	48	62	26	26
$\phi 500\text{-}400$	22	51	50	15	22
$\phi 600\text{-}450$	11	24	26	6	9
$\phi 650\text{-}500$	12	36	39	1	11
合計	74	159	177	48	68

4. 双曲線への近似

$f_i \sim S_i$ 関係と $q_p \sim S_p$ 関係を近似する非線形モデルには、簡潔で実測値への適用性の良い Kondner 型双曲線を採用する。この曲線の図と式を、図-3 と (1)、(2) 式に示す。

$$f_i = S_i / (a_f + b_f S_i) \quad \dots (1)$$

$$q_p = S_p / (a_p + b_p S_p) \quad \dots (2)$$

ここに、 a_f 、 b_f 、 a_p 、 b_p は定数であって、 $1/a_f$ 、 $1/a_p$ は初期接線勾配を、 $1/b_f$ 、 $1/b_p$ は漸近値を表すことになる。

(1)、(2) 式を線形で表すため、次のように変形する。

$$S_i / f_i = a_f + b_f S_i \quad \dots (1)'$$

$$S_p / q_p = a_p + b_p S_p \quad \dots (2)'$$

上記の f_i 、 S_i および q_p 、 S_p に載荷試験で得られたデータを代入し、最小自乗法によって直線に近似させる。

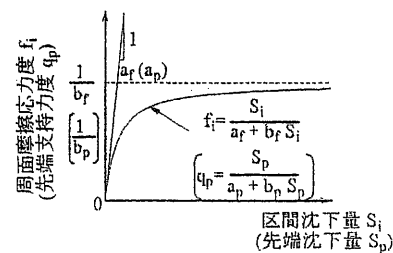
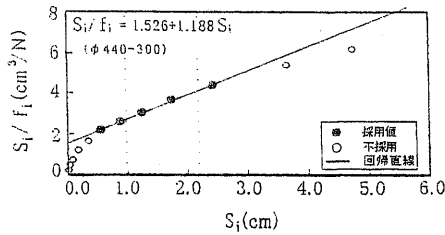
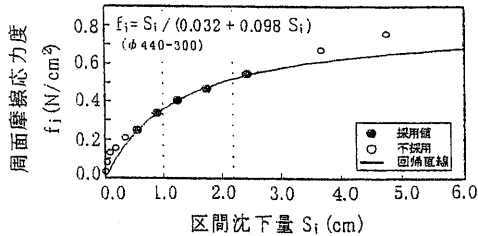


図-3 Kondner 型双曲線



(a) $S_1/f_1 \sim S_1$ 関係



(b) $f_1 \sim S_1$ 関係

図-4 双曲線近似の一例

$f_1 \sim S_1$ 関係で表したものである。なお、 S_1 や S_p の最大値が 10mm に満たないデータは対象から外した。

また、 $S_1/f_1 \sim S_1$ 関係や $S_p/q_p \sim S_p$ 関係を直線に近似するとき、 S_1 や S_p が 0~0.1D (D: 節部径) 間の全体で直線状になっていない場合には、 S_1 や S_p が主として 10mm~0.05D 間のデータによって得られる直線を採用することとした。これは、P~S 関係を計算したとき、 S_1 が 10mm 程度までのデータから得られる直線を用いた場合は図-5 の A の線、反対に S_1 が 0.05D より大きいデータからの場合は C の線ようになり、全体的にはあまり近似していない線となるためである。

10mm~0.05D 間のデータから得られる直線を用いた場合は B の線のように全体的に近似した P~S 関係が得られるが、初期接線勾配によるバネ定数は小さめの値を、 $S=0.1D$ 時の荷重 (第 2 限界荷重) は大きめの値を与えることに注意が必要である。

以上の方針によって、すべての $f_1 \sim S_1$ 関係や $q_p \sim S_p$ 関係について近似曲線を求め、それぞれの $1/a_p$, $1/b_f$ などの双曲線係数を決定した。

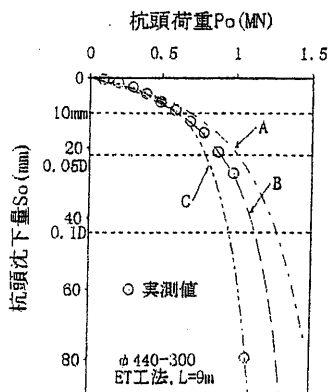


図-5 推定 P~S 関係と実測値 (概念図)

5. 双曲線定数と N 値との関係

P~S 関係を与えられた地盤条件をもとに推定しようとする、双曲線定数 ($1/a_p$, $1/a_b$, $1/b_f$, $1/b_p$) を地盤定数から決める必要がある。そこで、周面摩擦抵抗に関して、第 4 節で求めた $1/a_p$, $1/b_f$ と地盤の N 値との関係を、砂質土、粘性土および腐植土に分けて検討した。

粘性土や腐植土の場合は地盤定数として一軸圧縮強度 q_u を用いるべきであるが、 q_u が測定されている例はほとんどない。このため、実用性を考慮して粘性土や腐植土にも N 値を用いることとする。

図-6 (a)~(c) は $1/a_f$ (初期接線勾配)~N 値関係、図-7 (a)~(c) は $1/b_f$ (漸近値)~N 値関係であって、それぞれ (a) は砂質土、(b) は粘性土、(c) は腐植土である。N 値は、区間内の N 値の単純平均値を用いている。

相関係数 r は、図中に示すように 0.366~0.812 となっている。したがって、ばらつきは大きいものの双曲線定数と N 値との間には正の相関関係が認められ、両者を関係づけることは妥当と考えられる。

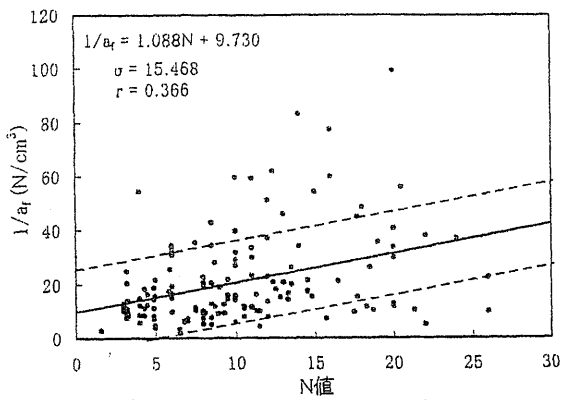
図中の実線は最小自乗法による回帰直線、破線は平均 (回帰値) $\pm \sigma$ (σ : 標準偏差) の線である。全体的な傾向から大きく外れるデータは、回帰直線や σ の計算では除外している。なお、杭径別や工法別の回帰直線も求めたが、有意な差は見られなかった。表-2 に、回帰直線式と σ をまとめておく。

次に、先端抵抗に関して、第 4 節で求めた $1/a_p$, $1/b_p$ と杭先端平均 N 値 N_p との関係を検討した。ここで、 N_p の平均範囲には、最下端節部の上方 1D~下方 3D の範囲を採用した。

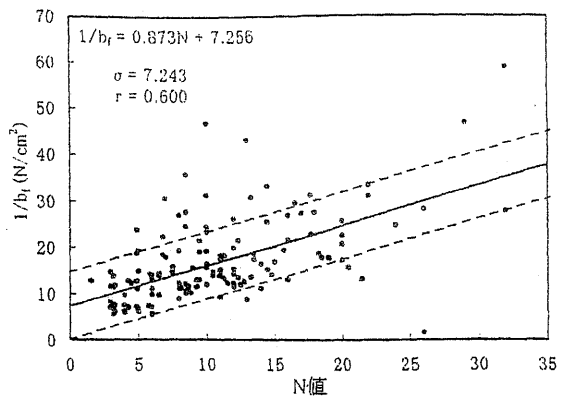
多くの設計式で慣用されている N_p の平均範囲は、杭先端から上方 4D~下方 1D の範囲である。杭先端~上方 4D の範囲の地盤を考慮するのは、杭先端付近に先端面より上方に達する塑性すべり面を仮定した Meyerhof の先端支持力理論に基づいている。しかし、現在では、杭先端~下方 (1~2)D 間の範囲の地盤が圧縮されるという Vesic の支持力理論の方が、実験でも確かめられており有力な考え方となっている。したがって、杭先端~上方 4D 間の地盤を考慮するのは適切とは言えない。

また、山肩らは多数の埋込み杭の載荷試験で得られた q_p の値と N_p との関係において、 N_p の平均範囲として杭先端から上方 1D~下方 1D の範囲を用いた場合が変動係数が最も小さくなるとしている⁵⁾。この結果は、杭先端から上方 1D までの地盤も考慮した方が良いことを示唆している。しかし、これを節杭にそのまま適用すると、平均する範囲の長さが 0.88~1.3m となり、1m ごとに測定される N 値のデータが多くても 1 個しか入らないことになる。したがって、杭径が比較的小さい節杭に上方 1D~下方 1D の範囲をそのまま適用するのは適切とはいえない。

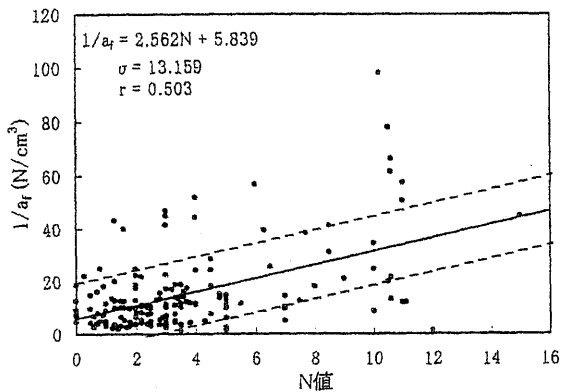
本論文で用いた埋込み節杭の q_p は、前述のように最下端節部の位置でのものであって、杭先端までは約 1D



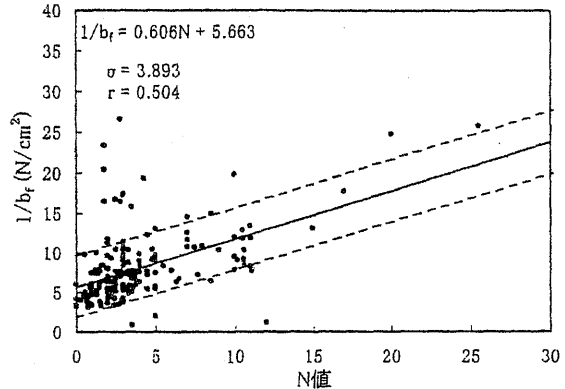
(a) 砂質土



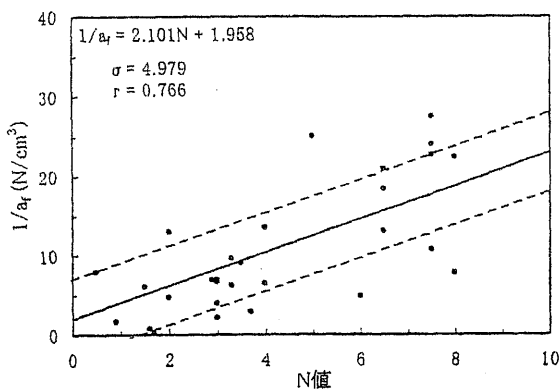
(a) 砂質土



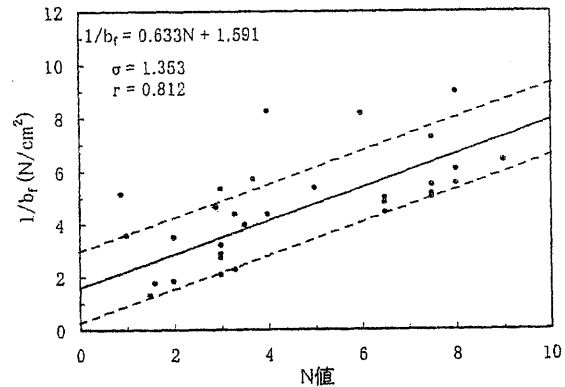
(b) 粘性土



(b) 粘性土



(c) 腐植土



(c) 腐植土

図-6 周面摩擦抵抗の $1/a_r$ (初期接線勾配) $\sim N$ 値関係

図-7 周面摩擦抵抗の $1/b_r$ (漸近値) $\sim N$ 値関係

の長さがある。これを考えると杭より下方の平均範囲は、最下端節部 $\sim 3D$ 下方間とするのが適切である。以上より、 N_p の平均範囲は、最下端節部の上方 $1D \sim$ 下方 $3D$ の範囲とした。

図-8 は $1/a_r$ (初期接線勾配) $\sim N_p$ 関係、図-9 は $1/b_r$ (漸近値) $\sim N_p$ 関係である。相関係数 r は図中に示すように 0.623 および 0.738 と、双曲線定数と N_p との間には正の相関関係が認められ、両者を関係づけることは妥当なことと考えられる。

図中の実線や破線は図-6、図-7と同様である。また、全体的な傾向から大きく外れるデータは、回帰直線や σ の計算では除外している。なお、地盤別や杭径別、

表-2 双曲線定数の回帰直線式

		回帰直線	σ
周	$1/a_r [N/cm^3]$	砂質土: $1.088N + 9.730$	15.468
		粘性土: $2.562N + 5.839$	13.159
		腐植土: $2.101N + 1.958$	4.979
面	$1/b_r [N/cm^2]$	砂質土: $0.873N + 7.256$	7.243
		粘性土: $0.606N + 5.663$	3.893
		腐植土: $0.633N + 1.591$	1.353
先端	$1/a_p [N/cm^3]$	$13.78N + 80.95$	179.05
	$1/b_p [N/cm^2]$	$18.05N + 83.18$	170.36

工法別の検討も行ったが、有意な差は見られなかった。回帰直線の式と σ とを、表-2中に合わせて示す。

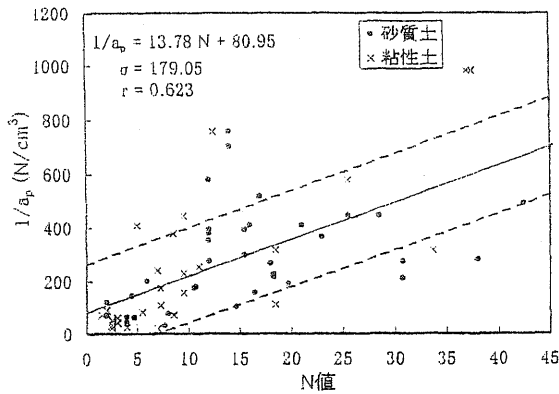


図-8 先端抵抗の $1/a_p$ (初期接線勾配) $\sim N_p$ 関係

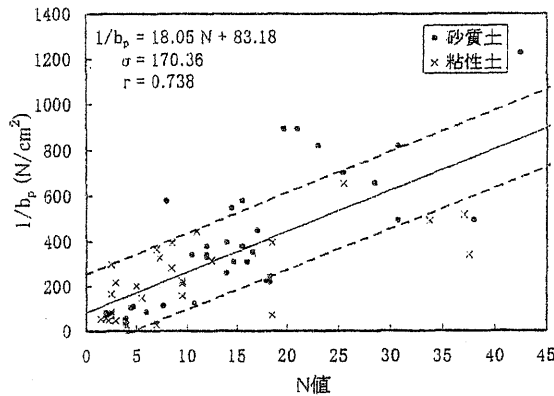


図-9 先端抵抗の $1/b_p$ (漸近値) $\sim N_p$ 関係

6. P \sim S 関係の解析結果と信頼性

表-2の係数による双曲線を用いて、荷重伝達法による解析を行い P \sim S 関係を計算した。荷重伝達解析の方法は平山が行ったもの^{2) 3)}と同じである。その概要を、【付録】に示しておく。詳しくは文献 3)を参照されたい。

計算にあたっては、最初に、地盤図から地盤種別と平均N値を求めるわけであるが、このとき、盛土、表土等と記載されている層の周面摩擦力は無視した。

また、実際の節杭は節部を 1m ピッチに持つ肉厚 60 \sim 80mm の中空断面の杭であるのに対し、解析では簡単化のため節部径を持つ中実断面の杭と仮定している。このため、解析に用いる杭のヤング率を、杭体の圧縮剛性が実際の杭と合うように表-3の値とした。この値は、実際の節杭に用いられているコンクリートのヤング率 3.92MN/cm²、実際の節杭の断面積 (節の部分も考慮) と解析に用いる断面積 (節部径² \times $\pi/4$) から求めたものである。

表-3 解析に用いるヤング率

杭径	ヤング率[MN/cm ²]
ϕ 440-300	1.17
ϕ 500-400	1.37
ϕ 600-450	1.16
ϕ 650-500	1.25

この解析で得られた P \sim S 関係と実測値との比較図の一例を図-10に示す。

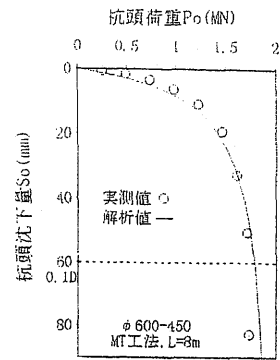


図-10 解析結果の一例

解析による沈下量 S_0 の信頼性を定量的に検討するため、同一荷重における沈下量の実測値 S_t との比 S_t/S_0 を求めた。ただし、 $S_t < 0.1D$ の範囲のデータを対象とした。

図-11 は、 $\ln(S_t/S_0)$ のヒストグラムである。全部で 746 個のデータのうち、 S_t/S_0 が 10 以上となる 2 個と 0.1 以下となる 14 個のデータは除外している。

S_t/S_0 の値が正規分布になると仮定して統計処理を行うと、 $S_t > S_0$ の場合は 1 \sim 10 の範囲の値となるのに対し、 $S_t < S_0$ の場合は 0.1 \sim 1 と狭い範囲の値となるため、後者のデータを軽く扱うことになって不合理な結果となる。これを避けるために S_t/S_0 の値を自然対数で表し、 $\ln(S_t/S_0)$ の値で統計処理を行った。一般に、変数が必ず正となるような分布の場合は、対数正規分布に近くなることはよく知られている。

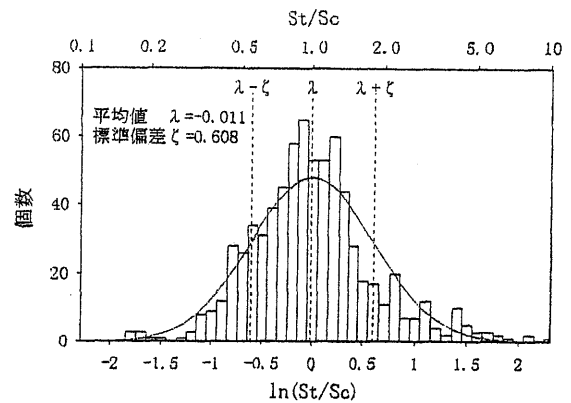


図-11 $\ln(S_t/S_0)$ のヒストグラム

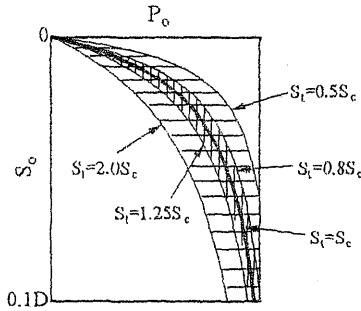
$\ln(S_t/S_0)$ の平均値 λ (S_t/S_0 の相乗平均と一致する) と標準偏差 ζ を求めると、 $\lambda = -0.011$ 、 $\zeta = 0.608$ となる。ばらつきは大きいですが、平均では $S_t = e^{-0.011} S_0 = 0.99 S_0$ と、よく一致した値となっている。

したがって、解析と同条件の杭で載荷試験を行った場合に得られる沈下量は、平均で見ると S_0 とほぼ等しい値が得られることが分かる。また、ばらつきを考えると、68%が S_0 の(0.54 \sim 1.82)倍の範囲に 38%が S_0 の(0.73 \sim 1.34)倍の範囲に、95%が(0.29 \sim 3.34)倍の範囲に分布することになる。

いいかえると、実測値が解析値の (0.8 \sim 1.25) 倍 (図

—12 の縦線で示した範囲) に入る確率は約 30%、(0.5～2) 倍 (図—12 の横線で示した範囲) に入る確率は約 75%ということになる。解析による沈下量は N 値だけから求めたものであることを考えると、工学的には満足できる推定法といえよう。

なお、上記の確率は沈下量が 0～0.1D までの範囲についてのものであって、第 4 節で述べたように、P～S 関係の初期接線勾配から求めるバネ定数は小さめの値に、S=0.1D の荷重は大きめの値になることに注意する必要がある。



図—12 $S_i = (0.8 \sim 1.25)S_c$ と $S_i = (0.5 \sim 2.0)S_c$ の範囲

7. まとめ

本論文では、埋込み節杭の載荷試験データを整理することによって、地盤の N 値から摩擦杭の P～S 関係を推定する手法を提案した。実用性を重視して地盤定数を N 値のみとしたため、ばらつきの大きな推定法となったが、工学的には満足できる推定法と考えられる。今後も引き続き載荷試験データを蓄積して、推定精度を向上させていきたい。

なお、ここで用いたデータはすべて埋込み節杭の載荷試験によるものであるが、本推定方法は節杭の支持力機構を特に考慮してはいない。このため、節のない杭であっても杭径、杭長、杭先端地盤が同じ範囲で、同様の施工法による摩擦杭であれば、本推定方法を適用して P～S 関係を求めることができよう。ただし、表—3 のヤング率は、適用する杭に応じた値にする必要がある。

【付録】 P～S 関係の計算に用いた荷重伝達法の概要

杭を、付図—1 のように、周囲の地盤に合わせて n 個に分割する。周面摩擦抵抗は、各要素の中間点に非線型ばねを仮定し、i 番目の要素における接線ばね係数 k_{fi} を次式で与える。

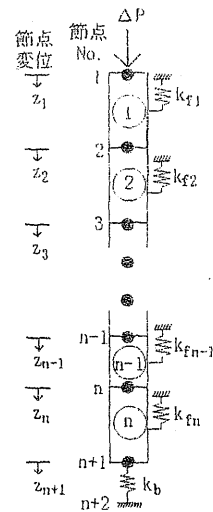
$$k_{fi} = \frac{d_{fi}}{dz_i} = \frac{a_{fi}}{(a_{fi} + b_{fi}z_i)^2} \quad \dots(付1)$$

ここに、 $z_i = 0.5(z_i + z_{i+1})$

これから、i 番目の要素に対する接線剛性マトリックス $[k_i]$ は杭体の弾性変形も考慮すると次のように与えられる。

$$k_i = \begin{bmatrix} c_i + 2d_i & -c_i + d_i \\ -c_i + d_i & c_i + 2d_i \end{bmatrix} \quad \dots(付2)$$

ここに、 $c_i = A_i \cdot E_i / l_i$, $d_i = l_i \cdot S_i \cdot k_{fi} / 6$



付図—1 杭の分割モデル

$A_i \cdot E_i \cdot l_i \cdot S_i \cdot k_{fi}$ は、各 i 番目の要素の断面積・弾性係数・長さ・周長・周面抵抗接線ばね係数である。

先端抵抗については、単位変位あたりの接線底面抵抗 P_{bu} を次式によって与える。

$$P_{bu} = \frac{A_n \cdot a_p}{(a_p + b_p z_{n+1})^2} \quad \dots(付3)$$

ここに、 $A_n = n$ 番目の要素の断面積 (= 底部面積)

境界条件として (n+2) 番目の節点変位=0 を考え、(付 2)式と(付 3)式より全体の接線剛性マトリックス $[K]$ を組み立てる。

$$[K] \cdot \Delta[z] = \Delta[P] \quad \dots(付4)$$

ここに、 $\Delta[z]$ = 変位増分ベクトル ($\Delta[z]^T = (\Delta z_1, \dots, \Delta z_{n+1})$)
 $\Delta[P]$ = 荷重増分ベクトル ($\Delta[P]^T = (P, 0, \dots, 0)$)

この連立方程式を、各荷重増分 ΔP 毎に順次解けば変位増分が得られる。

参考文献

- 1)小椋仁志・山肩邦男：節杭の荷重～沈下量関係の理論解析法、日本建築学会構造系論文報告集、No.393、pp.152-164、昭和 63 年 11 月
- 2)平山英喜・金井重夫・木原律子：埋込み節杭の荷重～沈下解析(その 1)・(その 2)、第 32 回地盤工学研究発表会講演集、pp.1507-1510、1997
- 3)平山英喜・本郷隆夫：双曲線型抵抗を用いた Load-Transfer 法による杭の荷重～沈下曲線算定、第 23 回土質工学研究発表会講演集、pp.1343-1346、1988
- 4)小椋仁志・日野真紀子・カルキーマダシ：信頼性理論を考慮した杭の支持力算定式の作成例、第 44 回地盤工学シンポジウム、1999.11.
- 5)山肩邦男・伊藤淳志・田中健・倉本良之：埋込み杭の極限先端荷重および先端荷重～先端沈下量特性に関する統計的研究、日本建築学会構造系論文報告集、No.436、pp.81-89、1992