

# 杭の沈下解析に用いる地盤の力学定数推定法

大阪土質試験所 正会員 平山 英喜  
武智工務所 正会員 ○ 上紺屋 好行

## 1. まえがき

杭の沈下解析法として種々の方法が提案されている<sup>1)</sup>。それらに対する地盤の力学特性に関するインプット定数選定に際して留意すべき点は、各解析法における地盤に対する基本的仮定(例えばミンドリン解を利用する方法における半無限均質弾性体の仮定)や線形・非線形解析かによって個々に留意点はあるが<sup>1)2)</sup>、全般的に最も重要な点は、実際の载荷レベル、すなわち設計荷重レベルでは、杭の極く近傍を除いて地盤のひずみレベルは非常に小さく  $5 \times 10^{-4}$  程度以下である<sup>3)</sup> ことである。

本報告では、まず簡単な数値解析法による非線形解析の利点を論じ、それに双曲線型モデルをベースにする理由をまとめた後、周面摩擦抵抗および先端抵抗に対する力学定数推定法を割線弾性係数を中心に述べる。

## 2. インプット定数推定の観点からの線形・非線形解析の比較

土の挙動は顕著な非線形を示すが、一般的に非線形問題に対しては解析解が得られないこととFEMによる解析が多量の時間とコストを要することから線形解析が主として行われている。しかし、荷重伝達法や簡易化境界要素法では、未知数が杭を一次的に分割した場合の節点の数だけであるから、非線形解析でもパソコンで容易に行える<sup>1)2)</sup>。線形解析では、杭要素の部分的な(あるいは近似的には杭全体の)荷重レベルに対応した地盤の平均的ひずみレベル等を考慮して適切な割線弾性係数を与える必要があるため、インプット定数の選定には高度の判断が必要である。

一方、非線形解析では、仮定した応力-ひずみ関係に基づいてひずみレベルに対応した割線または接線弾性係数が計算されるので、簡潔な非線形モデルを採用すれば、インプット定数の決定は線形解析よりもずっと容易となる。本稿では、上述の観点から土の挙動の非線形モデルとして双曲線型のものをベースにするが、その理由について次にまとめる。

## 3. 双曲線型非線形モデルの特長

Kondnerによって提案された2定数  $a, b$  ( $a$  = 初期接

線勾配の逆数、 $b$  = 極限値の逆数)による双曲線モデルに、定数  $R_f$  (実際の最大値と双曲線の漸近値の比)を導入した非線形モデル<sup>4)</sup>は、2変数  $x, y$  の関係を次の形で表す。

$$y = \frac{x}{a + bx} \quad (y \leq R_f/b) \quad \dots (1)$$

(1)式は、土質工学の分野において、土の応力-ひずみ、杭の荷重-沈下や圧密沈下-時間に対する近似曲線としてしばしば用いられてきた。興味深いことに、化学反応速度論の分野では、2次反応に対する速度式として、2定数双曲線が理論的に導かれている<sup>5)</sup>。土質工学分野における(1)式は、経験的曲線ではあるが、次のような特長を有する。

- ① 2定数(すなわち  $R_f=1.0$ ) の場合でも、一般にかなり近似度が高い。
- ② 必要に応じて  $R_f$  を導入することにより、種々の非線形挙動を表しうる。例えば、 $R_f=0.75$  とすると指数関数型曲線  $y=(1/b)(1-e^{-(b/a)x})$  とほぼ一致するし、 $R_f \rightarrow 0$  で bi-linearモデル  $y=x/a$  (ただし  $y \leq 1/b$ ) に漸近する。
- ③ 実測データを  $(x, x/y)$  座標上にプロットすることにより、定数が容易かつ客観的に決定できる。
- ④ 前述したように、定数  $a, b$  および  $R_f$  の物理的意味が明確である。
- ⑤ 微分・積分が容易であるので、簡単な問題に対しては解析解が求まる<sup>1)2)</sup>。

## 4. 周面摩擦抵抗に関するインプット定数推定法

周面摩擦に関係する周辺地盤の変形は単純せん断変形に近似しうるが<sup>1)</sup>、せん断応力-せん断ひずみ関係に対して、(1)式の形のDuncan-Chang型3定数双曲線を仮定する<sup>1)2)</sup>。ただし、 $R_f$ を決めるためのデータがない場合は  $R_f=1.0$  とし、Kondner型の2定数双曲線を仮定する<sup>6)</sup>。

$$\tau = \frac{\gamma}{a + b\gamma} \quad (\tau \leq R_f/b) \quad \dots (2)$$

"Evaluation of Input Data of Soil for Pile Settlement Analysis".

by Hideki HIRAYAMA (Osaka Soil Test Lab.) and Yoshiyuki KAMIKONYA (Takechi Eng. Co.)

インプット定数は  $a (=1/G_i)$ ,  $b (=1/\tau_{ult})$ ,  $R_r (= \tau_r/\tau_{ult})$  の3つであるが、これらを決める方法は次のように分類しうる。

- ① 室内土質試験による直接の決定
- ② 原位置試験による直接の決定
- ③ 原位置試験または室内土質試験結果を基にした経験的相関関係による間接的決定
- ④ 杭の載荷試験結果からの逆算による決定

以上のいずれの方法によるにしろ、強度  $\tau_r$  (または  $R_r \cdot \tau_{ult}$ ) の推定は、乱れの影響が比較的少ないことや、破壊ひずみの定義の違いによる差はさほどないことから、室内土質試験結果を直接用いたり既往の種々の提案<sup>7)</sup>を地域性等に留意して利用すればよいと考えられる<sup>8)</sup>。

しかし、弾性係数はひずみレベルによって大きく変わり、通常の室内土質試験では、乱れの影響に加えて低ひずみレベルでの測定自体に問題があるので<sup>3)</sup>、通常の室内土質試験の結果や、それらとの対応によって提案された統計的相関関係から得られる弾性係数は、たとえ初期弾性係数と定義されていても、実際の値よりずっと小さい。初期弾性係数を求めるには弾性波探査や微小ひずみを対象とした室内土質試験が適している<sup>9)</sup>。したがって、統計的相関関係も、それらに基づいたものは信頼性が高いと考えられる。既往のデータをまとめると、初期弾性係数  $E_i$  の平均的な値は次のようになる<sup>10)</sup>。

$$E_i = 140 N \quad [\text{kgf/cm}^2] \quad \dots (3-a)$$

$$E_i = 1500 c_u \quad \dots (3-b)$$

$a$  を求めるためには、ポアソン比  $\nu$  を与える必要があるが、 $G_i = E_i/2(1+\nu)$  なので、その影響はさほど大きくない。(3-b)式は、一般に提案されている  $E_i$  (定義は種々である) よりもかなり大き目の値であるが、実際の載荷試験の荷重-沈下曲線の初期部分と FEM 解析の対比から  $E = (800 \sim 1600) c_u$  が得られた例<sup>11)</sup>や、安全率 2.0 (すなわち荷重レベル  $\tau/\tau_r$  の平均値は約 0.5、したがって(2)式と(3-b)式から  $E_{so,c} = (1500/2) c_u$  と推定できる) を基準とした時の打ち込み杭の載荷試験からの逆算による統計的解析から  $E = 750 c_u$  が得られた例<sup>12)</sup>と、良い対応を示す。

## 5. 先端抵抗に関するインプット定数推定法

### 5.1 杭先端周辺地盤の変形モードとそのパターン化

図-1 に示したように、杭先端沈下  $z_0$  の増大につれて、杭先端周辺の地盤は、杭底面外周直下から破壊が生じ始める。場所打ち杭のように設置時に地盤にプレストレスを与えない杭では、破壊領域は徐々に拡大して、砂質地盤では杭径  $d$  に対して  $z_0/d = 0.15 \sim 0.25$  になると

杭直下で連結し、その後下方にさらに拡大していき、 $z_0/d > 1$  のような大きな沈下が生じると破壊領域の形状はほぼ一定となり、杭径の数倍程度の球状領域に漸近する<sup>13)</sup>。

土の構成式の観点からは、杭先端周辺の地盤内では、特に砂質地盤において有効拘束圧が初期状態に比べて著しく増大し  $100 \text{ kgf/cm}^2$  以上にもなりうるので、ひずみレベルによる非線形特性だけでなく、拘束圧の影響も考慮した広範囲な応力下での挙動を対象とする必要がある。さらに、破壊領域が拡大するにつれ、その領域の体積変化特性が外側の非破壊(または弾性)領域の圧力に大きな影響を及ぼすので、ダイレイタンスー特性を適切に考慮することが極めて重要となる。

上述のような考慮のもとに、非線形弾性 FEM により、密な砂中での杭先端圧力-杭先端沈下関係を調べた Vesic のモデル実験を解析した例<sup>14)</sup>を図-2 に示す。応力-ひずみ関係は、 $E_i$  および強度の拘束圧依存性を取り入れた多直線 (multi-linear) で近似し、ポアソン比  $\nu$  は一定と仮定している。インプット定数は、モデル実験に用いた砂に対する三軸試験から求められており、ポアソン比以外は共通である。図-2 から、沈下が  $z_0/d = 0.06$  程度以降の挙動は、ポアソン比 (すなわち、この際ダイレイタンスー特性のパラメータ) によって著しく影響を受けることが分かる。すなわち、変形モードがせん断変形主体のものから、圧縮変形主体のものに変化し、弾性解析では主要な力学定数がポアソン比の影響の小さいせん断弾性係数  $G = E/2(1+\nu)$  から、ポアソン比の影響の著しい体積弾性係数  $K = E/3(1-2\nu)$  に変化する。なお、モデル実験に用いた砂に対する三軸試験では、ダイレイタンスーのため見かけ上  $\nu = 0.5 \sim 0.7$  であった。

この例が示すように、砂質地盤に根入れされた杭の先端沈下挙動を  $z_0/d > 0.05$  の沈下レベルまで FEM で解析することは、時間とコストを別にしても、広範囲の応

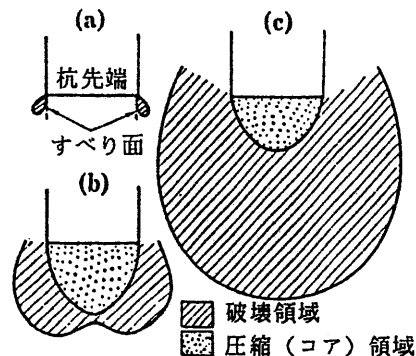


図-1 杭先端周辺地盤の変形モード

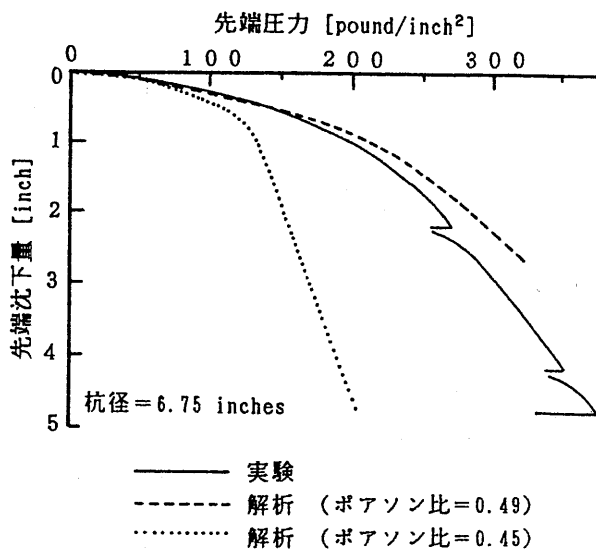


図-2 非線形弾性FEMによる密な砂での杭先端圧力-杭先端沈下関係の解析例<sup>14)</sup>

方下でのダイレイタンスー特性を適切に評価する必要があるため、極めて困難な問題である。そこで、前述のような変形モードのメカニズムを考慮した上で、問題を極めて単純化して解析することが実際問題では必要である。このような観点から、前述の変形モードをパターン化してまとめてみる。

破壊領域のあまり拡大していない荷重-沈下曲線の初期部分の変形パターンは、剛な円板の載荷問題で近似しえよう。この場合、杭先端下方約  $2d$  の主要なひずみ発生領域内<sup>15)</sup>の平均垂直ひずみ  $(\epsilon_v)_{av}$  と先端沈下量  $z_0$  の間には  $(\epsilon_v)_{av} \approx z_0/(2d)$  の関係があり、 $(\epsilon_v)_{av} = 10^{-3}$  程度に対応する  $z_0/d = 0.001 \sim 0.002$  で曲線にかなり急激な変化が見られるが<sup>16)17)</sup>、それ以降は、さほど顕著な非線形挙動は見られない。この初期部分の挙動には、ひずみレベル・有効拘束圧の変化や杭自重の影響等が、要因として考えられる。破壊領域の拡大とともに、沈下のメカニズムが変化し、次第に球空洞拡大 (spherical cavity expansion) 問題で近似しうような変形パターンになるので、物理的極限先端抵抗は球空洞拡大問題の極限圧力の関数として得られる<sup>13)</sup>。主要なひずみの生ずる影響領域は、初期には杭先端下方に  $2d$  程度までであるが、沈下の増大とともに下方に  $6d$  程度まで拡大する<sup>8)</sup>。

## 5.2 双曲線型 $q-z_0$ 曲線に基づいた インプット定数推定法

杭先端応力-杭先端沈下量 ( $q-z_0$ ) 関係を、

$$q = k_i z_i + \frac{z_0 - z_i}{a_0 + b_0 (z_0 - z_i)} \quad \dots (4)$$

ここに、 $k_i$  = 初期地盤反力係数

$z_i$  = 擬似的弾性限界沈下量

$a_0, b_0$  = 定数

と仮定し、入念に施工された非排土杭の場合  $z_i = (0.001 \sim 0.002)d$  とすれば、初期からかなりの範囲の  $z_0$  まで近似しうる。この場合、 $k_i$  は剛な円板の載荷問題の弾性解から、次のように求められる。

$$k_i = \frac{4 E_i}{\pi (1 - \nu^2) d} \quad \dots (5)$$

(5)式において、 $E_i$  は(3)式によって与えられる。

完全先端閉塞条件を満たす排土杭の場合は、設置時に物理的極限先端抵抗レベルのプレストレスが与えられるので(4)式の第2項は無視しうるが、非排土杭では  $z_0 = 1 \text{ cm}$  でも場所打ち杭の平均的な径に対して  $z_0/d \approx 0.01$  になるので逆に(4)式の第1項が無視しうる。したがって  $z_0/d > 0.01$  では、(4)式は次のように簡略化しうる<sup>18)</sup>。

$$q = \frac{z_0}{a_0 + b_0 z_0} \quad \dots (6)$$

(6)式(または(4)式)における定数  $b_0$  は  $b_0 = 1/q_{ult}$  なので、杭先端周辺地盤の影響領域内の  $N$  値、 $q_c$  値、 $c_u$  等の平均値から推定することができる<sup>8)13)</sup>。この際、原位置試験結果にはダイレイタンスー特性の影響も含まれているので<sup>13)</sup>、前節で述べたように極限先端支持抵抗に重大な影響を及ぼすダイレイタンスー特性の効果も含まれている。

定数  $a_0$  を、既往の砂質地盤に根入れされた場所打ち杭の載荷試験データを基に  $z_0/d = 0.05$  を基準として逆算し、その逆数を地盤反力係数  $k_v$  で表わすと次のようになる<sup>18)</sup>。

$$k_v = 1/a_0 \approx (16 \sim 24) N/d \text{ [kgf/cm}^3] \quad \dots (7)$$

(ただし杭径  $d$  は [cm] 単位)

(7)式の値は(5)式と(3-a)式から計算される  $k_i$  の約1/10である。実際、同じ先端応力下での非排土杭と排土杭の沈下量を比較すると、前者は後者の約10倍である<sup>19)20)</sup>。

粘性土地盤に根入れされた場所打ち杭のデータ<sup>21)</sup>からは、(5)式と(3-b)式から計算される  $k_i$  値は実測データのほぼ上限に対応し、平均的傾向は(3-b)式の約1/2の値を用いた値となる。

6. まとめ

杭の沈下解析に際して、原位置試験やせん断強度により予備的に弾性係数を推定する場合、次のように割線弾性係数  $E_{soc}$  を仮定すれば、既往の載荷試験データの平均的傾向が予測できると考えられる。

$$E_{soc} = E_i (1 - F_L) \quad \dots (8)$$

ここに  $F_L$  = 荷重係数 (強度の移動比、または安全率の逆数)

杭周面地盤では  $\tau/\tau_f$

杭先端では  $q/q_{ult}$

$E_i$  は、表-1 にまとめたように、地盤種別および杭施工法による。

表-1 (8)式における  $E_i$

	周面摩擦抵抗	先端抵抗
非排土杭 (場所打ち杭等)	$E_i = 140N$ [kgf/cm <sup>2</sup> ] $E_i = 1500 c_u$	$E_i = 14N$ [kgf/cm <sup>2</sup> ] $E_i = 750 c_u$
排土杭 (完全閉塞条件を満たす打込み杭等)	同上	$E_i = 140N$ [kgf/cm <sup>2</sup> ]

なお、解析法による個別の留意点等については、別報<sup>1)2)</sup>にまとめた。

参考文献

1) 平山・山下(1990):"単杭の沈下解析における荷重伝達法と簡易化境界要素法の比較",第25回土質工学研究発表会  
 2) 平山(1990):"杭の非線形特性を考慮した群杭沈下解析法",同上  
 3) Jardine, R. J. et al. (1986): "Studies of the influence of non-linear stress-strain characteristics in soil-structure interaction", Geotech., Vol. 36, No. 3, pp. 377-396  
 4) Duncan, J. M. and Chang, C.-Y. (1970): "Nonlinear analysis of stress and strain in soils", Proc. ASCE, Vol. 96, No. SM5, pp. 1629-1653  
 5) 平山(1989):"現場の沈下管理手法のレオロジー論的比較",土木学会第44回年講III, pp. 386-387  
 6) Hardin, B. O. and Drnevich, V. P. (1972): "Shear modulus and damping in soil: design equations and curves", Proc. ASCE, Vol. 98, No. SM7, pp. 667-692

7) Poulos, H. G. (1989): "Pile behaviour - theory and application", Geotech., Vol. 39, No. 3, pp. 365-415  
 8) Hirayama, H. (1990): "Load-settlement analysis for bored piles using hyperbolic transfer functions", S & F, Vol. 30, No. 1, pp. 55-64  
 9) Christian, J. T.: "Shallow foundations", Chap. 6 in Numerical Methods in Geotechnical Engineering, C. S. Desai and J. T. Christian (Ed.), McGraw-Hill, pp. 211-234  
 10) 平山・福田(1988): "土のひずみレベルを考慮したN値からの割線弾性係数の推定", 第23回土質工学研究発表会, pp. 1247-1250  
 11) Desai, C. S. (1977): "Deep foundations", Chap. 7, 文献9)と同じ, pp. 235-271  
 12) Aschenbrener, T. B. and Olson, R. E. (1984): "Prediction of settlement of single piles in clay", Analysis and Design of Pile Foundations, J. R. Mayer (Ed.), ASCE, pp. 41-58  
 13) 平山(1988): "杭の鉛直支持力に関する理論と実際への適用", 土と基礎, Vol. 36, No. 7, pp. 5-10  
 14) Ellison, R. D. (1968): An Analytical Study on the Mechanics of Single Pile Foundations, Ph.D. Thesis, Carnegie-Mellon Univ.  
 15) Schmertmann, J. H. et al. (1978): "Improved strain influence factor diagrams", Proc. ASCE, Vol. 104, No. GT8, pp. 1131-1135  
 16) Oweis, I. S. (1979): "Equivalent linear model for predicting settlements of sand bases", Proc. ASCE, Vol. 105, No. GT12, pp. 1525-1544  
 17) Jamiolkowski, M. et al. (1984): Discussion of "Scale effects of ultimate pile capacity", Proc. ASCE, Vol. 110, No. GT8, pp. 1156-1159  
 18) 平山(1989): "沈下量の関数で定義した場所打ち杭の先端支持力", 第24回土質工学研究発表会, pp. 1277-1280  
 19) BCP Committee (1971): "Field tests on piles in sand", S & F, Vol. 11, No. 2, pp. 29-49  
 20) 青木・真田(1985): "杭の軸方向バネ係数の推定式", 第20回土質工学研究発表会, pp. 1063-1064  
 21) Reese, L. C. and O'Neill, M. W. (1989): "New design method for drilled shafts from common soil and rock tests", Foundation Engineering: Current Principles and Practices, F. H. Kulhawy (Ed.), ASCE, pp. 1026-1039