

断面変化を考慮した杭打ちの一次元波動解析(その1: 検証解析)

準会員 脇坂 誉志\*  
正会員 小嶋 英治\*\*  
正会員 松本 樹典\*\*\*  
正会員 桑山 晋一\*\*

異径杭 杭打ち 波動方程式  
差分法 数値解析

1. はじめに

杭の動的載荷試験に伴う杭中の波動現象の解析法として、周面摩擦を考慮した一次元波動方程式の差分法による解析プログラム KWAVEFD を開発した<sup>1)</sup>。本研究では、断面変化を有する杭に適用可能なようにプログラムを拡張した。本報告(その1)では、拡張したプログラムの検証解析を行った。

2. 解析手法

KWAVEFD では前進差分で周面摩擦を陽に考慮した一次元波動方程式(1)を解いた。

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + H\tau, \quad H = -\frac{1}{\rho r} \quad (1)$$

ここで、 $t$  は時刻、 $c$  は伝播速度、 $x$  は距離、 $\tau$  は周面摩擦、 $w$  は杭の変位、 $\rho$  は杭の密度そして  $r$  は杭の半径を表わす。図1に示すように、杭の断面変化を考慮した式(1)の差分表現は式(2)となる。

$$w_{i,j+1} = 2w_{i,j} - w_{i,j-1} + \frac{2}{(A_i \rho_i + A_{i+1} \rho_{i+1})} \left( \frac{\Delta t}{\Delta x} \right)^2 \times (A_{i+1} E_{i+1} w_{i+1,j} - A_i E_i w_{i,j} - A_{i+1} E_{i+1} w_{i,j} + A_i E_i w_{i-1,j}) - \frac{U_i + U_{i+1}}{A_i \rho_i + A_{i+1} \rho_{i+1}} (\Delta t)^2 \tau_{i,j} \quad (2)$$

ここで、 $\Delta t$  は時間増分、 $A_i$ 、 $E_i$  そして  $U_i$  はそれぞれ杭要素  $i$  の断面積、ヤング率、そして周長である。

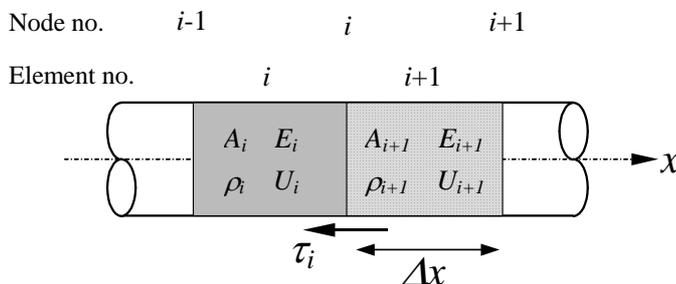


図1 杭の分割と用いる記号

開発したプログラムでは、周面摩擦モデル(Randolph & Simons, 1986)、杭先端地盤モデル(Deeks & Randolph, 1993)を用いている。また杭先端地盤モデルが有するパネの非

線形性も考慮している。参考文献 1), 2)に記しているように、地盤モデルは検証済である。そのため、本報告では、地盤抵抗を考慮しない検証解析のみを行った。

3. 検証解析およびその結果

周面摩擦を考慮しない一次元波動方程式には理論解が存在するため、式(1)の周面摩擦  $\tau$  を考慮せずに解き、計算値と理論値を比較した。本報告では、異径杭(断面変化杭および異種材料杭の両方を含む)における検証解析を行った。

3.1 杭断面積が変化する場合

解析対象杭の諸条件を表1に示す。ここで上杭と下杭のインピーダンスの比は1対2となっている。なお、杭先端境界条件は自由である。

表1 断面積が変化する杭の諸条件

	上杭	下杭
長さ (m)	5	5
直径 (mm)	100	141.4
断面積 (m <sup>2</sup> )	7.85×10 <sup>-3</sup>	15.7×10 <sup>-3</sup>
ヤング率 (kN/m <sup>2</sup> )	3.0×10 <sup>7</sup>	3.0×10 <sup>7</sup>
伝播速度 (m/s)	5000	5000
密度 (ton/m <sup>3</sup> )	1.2	1.2
インピーダンス (kN·s/m)	47.1	94.2

図2は杭頭の載荷荷重である。図3は杭頭速度の時間的変化の理論値とKWAVEFDによって求めた解析値を比較したものである。杭中央で上杭と下杭で断面積が変化しているため、 $t = 2$  ms で杭頭に反射波の影響が見られる。計算値と理論解は非常に良く一致した。図4は杭頭変位の時間的変化の理論値と解析値を比較したものである。断面変化部での反射波によって変位は  $t = 2, 6$  ms で一端減少するものの、時間が経つにつれて変位は増加していく。変位の時間的変化においても計算値は理論値と良く一致した。

3.2 杭材料が変化する場合

杭中の応力波の反射は、杭断面積変化部分だけでなく、杭の上部と下部で材料が異なる場合においても生じる。よって解析対象杭を表2に示すような杭に変えて、再び検証解析を行った。杭頭載荷荷重は図2と同じである。

図5は杭頭速度の時間的変化である。この解析対象杭

は均一断面を有するものの、上杭と下杭のインピーダンスの比が 1 対 2 になっているため、杭中央で波の反射が生じ、その結果が図 5 に見られる。

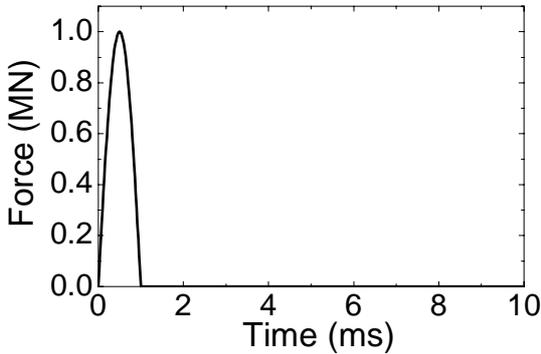


図 2 杭頭載荷荷重

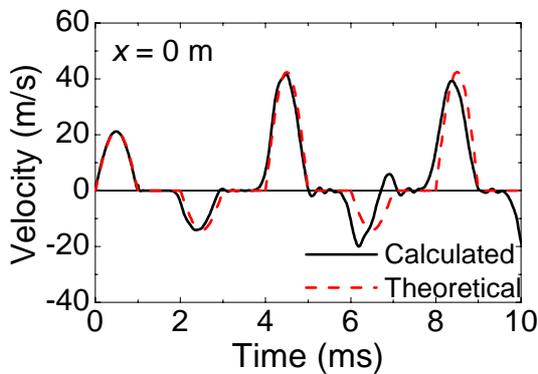


図 3 速度の時間的变化

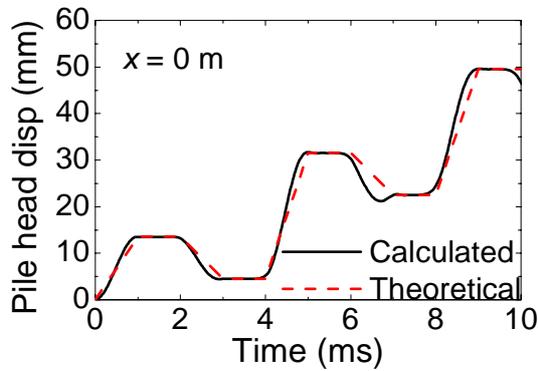


図 4 変位の時間的变化

図 6 は杭頭変位の時間的变化である。図 4 と同様、図 6 においても杭先端境界条件が自由であるため、変位は時間と共に増加していくのが分かる。速度および変位の両結果とも計算値と理論値がよく一致した。

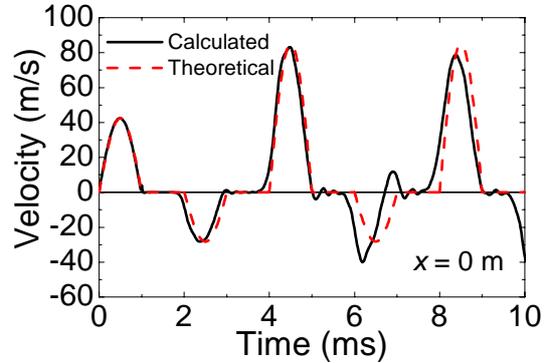


図 5 速度の時間的变化

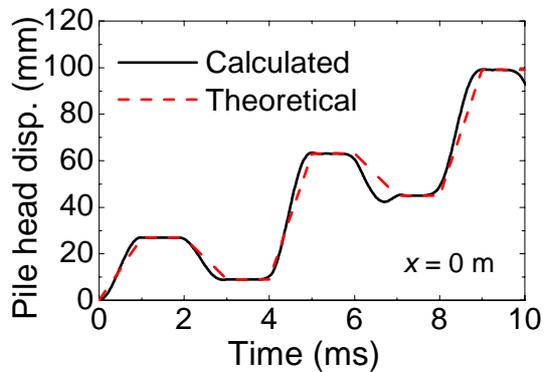


図 6 変位の時間的变化

#### 4. 結論

杭断面積が変化する場合および杭材料が異なる両方の場合の検証解析において、計算値と理論値が非常に良く一致した。以上の結果より、拡張したプログラム KWAVEFD の妥当性が検証できた。

#### 参考文献

- 1) 脇坂, 松本, 小嶋, 桑山: 差分法による杭打ちの一次元波動方程式解析法の開発(その 1: 検証解析), 地盤工学会, 2004.
- 2) Wakisaka, T, Matsumoto, T, Kojima, E, Kuwayama, S: Development of a new computer program for dynamic and static pile load test, *Proc. of 7th Int. Conf. on Int. Conf. on Application of Stress-Wave Theory to Piles*. 2004.
- 3) Randolph MF & Simons HA: An improved soil model for one-dimensional pile driving analysis. *Proc. of the 3rd Int. Conf. on Numerical Methods in Offshore Piling*: 1-17. 1986.
- 4) Deeks AJ & Randolph MF: Analytical modeling of hammer impact for pile driving. *Int. Jour. for Num. and Analytical Methods in Geomech.*, **17**: 279-302. 1993.

表 2 材料が変化する杭の諸条件

	上杭	下杭
長さ (m)	5	5
直径 (mm)	100	100
断面積 (m <sup>2</sup> )	7.85×10 <sup>-3</sup>	7.85×10 <sup>-3</sup>
ヤング率 (kN/m <sup>2</sup> )	1.5×10 <sup>7</sup>	3.0×10 <sup>7</sup>
伝播速度 (m/s)	5000	5000
密度 (ton/m <sup>3</sup> )	0.6	1.2
インピーダンス (kN·s/m)	23.6	47.1

\*金沢大学大学院

\*\*ジオトップ 設計技術本部

\*\*\*金沢大学

\*Graduate School of Kanazawa University

\*\*Geotop Corp., Design & Engineering Division

\*\*\*Kanazawa University