

# 任意水平多層地盤中の杭に対する応答スペクトルを用いた応答変位法

株式会社 GEOTOP 正会員 ○ 平山 英喜  
株式会社 KNACK 正会員 高見 邦幸

## 1. まえがき

応答変位法は、石油パイプラインや沈埋トンネルなどの地中構造物の耐震設計法として考え出されたものである<sup>1)</sup>。鉄道の設計指針<sup>2)</sup>において、軟弱地盤中の杭基礎にも適用された。この指針に、単層地盤とギブソン地盤の場合の算定図表がまとめられている。表層が2層以上の場合は電算プログラムによるが、4層の場合のプログラムが文献<sup>3)</sup>に示されている。

地震時に、多層地盤の層境界部で、杭体に無視できない応力が発生する場合がある<sup>4)</sup>。応答変位法は、このような挙動の解析において、地盤変位を的確に評価すれば、動的解析とよく対応する結果を与える。地震時の表層地盤変位は、地層構成が多層の場合、一次元重複反射理論による地震応答計算によることが多い<sup>1)</sup>。本報では、耐震設計の観点から実用的な、前記設計指針<sup>2)</sup>で採用されている平均応答スペクトルを用いる方法を、任意の層数の場合に適用する方法について説明する。

## 2. 地震時の多層地盤の変位量

図-1に示したように、表層地盤をn層の水平連続体でモデル化する。この表層地盤がせん断振動するとすると、各層の振動方程式は次のようになる。

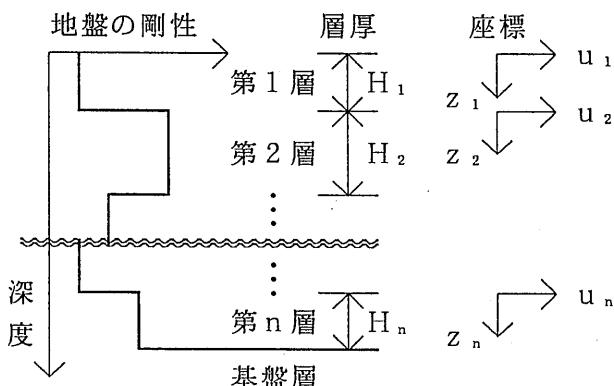


図-1 水平多層地盤モデル

$$\frac{d^2 u_i}{dt^2} = v_i^2 \frac{d^2 u_i}{dz_i^2} \quad (i=1 \sim n) \quad \cdots (1)$$

ここに、 $v_i$  = i層のせん断弾性波速度、  
 $v_i^2 = G_i g / \gamma_i$  ( $G_i$  = i層のせん断弾性係数、 $g$  = 重力加速度、 $\gamma_i$  = i層の土の湿潤单位体積重量)。

(1)式より、i層の振動モード関数  $X_i(z_i)$  は(2)式で与えられ、せん断ひずみ  $\gamma_i(z_i)$  はそれを微分して(3)式で与えられる。

$$X_i(z_i) = C_i \sin(\omega z_i / v_i) + D_i \cos(\omega z_i / v_i) \quad \cdots (2)$$

$$\gamma_i(z_i) = (\omega / v_i) \{ C_i \cos(\omega z_i / v_i) - D_i \sin(\omega z_i / v_i) \} \quad \cdots (3)$$

ここに、 $\omega$  = 表層地盤の固有円振動数、  
 $C_i$ 、 $D_i$  = 積分定数。

地表(せん断応力 = 0)、各層境界(せん断応力・変位の連続性)、表層-基盤層境界(相対変位 = 0)での条件により、(2)(3)式から、以下の2n個の式が得られる。

$$C_1 = 0 \quad \cdots (4)$$

$$C_i = \{ (G_{i-1} v_i) / (G_i v_{i-1}) \times \{ C_{i-1} \cos(\omega H_{i-1} / v_{i-1}) - D_{i-1} \sin(\omega H_{i-1} / v_{i-1}) \} \quad (i=2 \sim n) \quad \cdots (5-a)$$

$$D_i = C_{i-1} \sin(\omega H_{i-1} / v_{i-1}) + D_{i-1} \cos(\omega H_{i-1} / v_{i-1}) \quad (i=2 \sim n) \quad \cdots (5-b)$$

$$C_n \sin(\omega H_n / v_n) + D_n \cos(\omega H_n / v_n) = 0 \quad \cdots (6)$$

(4)式の条件のもとで、(5-a) (5-b)の漸化式を繰り返し計算していくと、 $C_i$ 、 $D_i$  ( $i=2 \sim n$ ) が各々  $\omega$  の関数と  $D_1$  の積で表せる。 $D_1$  は地表面変位量で非ゼロなので、(6)式は未定定数

"Analysis of a pile in multi-layered ground considering seismic ground displacements with a response spectrum" by H. HIRAYAMA (GEOTOP Corp.) & K. TAKAMI (KNACK Corp.)

$C_i$ 、 $D_i$ を含まない次の形で表すことができる。

$$f(\omega) = 0 \quad \cdots(7)$$

以上より、 $\omega$ の値を仮定し、それが表層地盤の固有円振動数であれば、(7)式を満たすことから、試行錯誤的数値計算で $\omega$ の値を求めることができる。すなわち、離散系に対する固有円振動数計算方法 Holzer法<sup>5) 6)</sup>と同様の手法を、(4)～(6)式に適用する。

プログラミングでは、 $D_1$ を1.0とおいて、 $\omega$ を0.0から $\Delta\omega$ づつ増加させ、ある $\omega$ の値に対してDOループで(5)式の代入を繰り返して $C_n$ 、 $D_n$ を計算し、(6)式の左辺、すなわち $f(\omega)$ の値を計算する。(7)式を必要な精度で満たす $\omega$ を順次求めていけば、1次、2次、…の固有円振動数が得られる。

文献<sup>7)</sup>では、4層の場合の(7)式の $f(\omega)$ を定式化した上で計算している点が異なっている。本報の方法によると、複雑な(7)式を具体的に定式化しないので簡潔になる上に、層数に制限がなくなる。

$\omega$ が求まった後に、モード解析で平均応答スペクトルを用いて地盤変位量を計算する。その手順については、文献<sup>7)</sup>を参照されたい。ただし、そのプログラムでは、応答速度の基準値 $S_v$ を固有周期 $T$ によらず一定としているので、指針<sup>2)</sup>のスペクトルとは異なっている。これには、実際の適用に際して、1次固有周期が1.5秒以上の場合に、 $T \geq 0.5$ 秒の高次モードを考慮するという背景が関係する<sup>8)</sup>。

本報で説明した方法による応答変位法のインプット計算のためのプログラムを GRNDIS(GRound DISplacement)と名付けた。また、多層地盤の卓越周期計算( $T = 4 \sum (H_i / v_i)$ )とは、かなり異なる場合がある)等にも用いることができる。なお、地盤のひずみレベルは(3)式に基づいて検討できる。

### 3. 梁要素を用いたFEMによる杭の解析

水平荷重を受ける多層地盤中の杭の計算法として、連続梁法<sup>3)</sup>などがあるが、汎用性を考慮してFEMを用いた。

ばね支承梁に対する剛性方程式は、次式で与えられる。

$$([K_b] + [K_s])\{D\} = \{Q_i\} + \{Q_g\} \cdots (8)$$

ここに、 $[K_b]$ =梁部材(杭)の剛性マトリックス

$[K_s]$ =地盤抵抗ばねによる剛性マトリックス

$\{D\}$ =節点変位ベクトル

$\{Q_i\}$ =節点(杭頭)荷重ベクトル

$\{Q_g\}$ =分布(地盤変位)荷重による等価節点荷重ベクトル

$[K_b][K_s]\{Q_g\}$ の各要素成分については、骨組構造解析関係の文献<sup>8)</sup>を参照されたい。

なお、実際の計算では、杭頭荷重と地盤変位荷重による各々のモーメント等の絶対値を加えるので、(8)式の右辺は別個に分けて計算する。また、 $\{Q_g\}$ も各次振動モードごとに計算し、2乗和の平方根(SRSS)を計算する。このプログラムをPREDIS(Pile REsponse DISplacement)と名付けた。

### 4. 解析例

紙面の都合で、解析例の詳細は別の機会に報告<sup>9)</sup>するが、次のような結果が得られた。①地盤変位に起因する杭体曲げモーメントM等に関して、動的解析結果と良く対応した。②1次固有周期が1.1秒の多層地盤において、2次モードによるMは、1次モードによるMとほぼ同程度であった。③中間支持層的な層がある場合、地盤変位のMに及ぼす影響は、層境界部だけでなく、杭頭でもかなり大きかった。

### 参考文献

- 1) 川島一彦編著：地下構造物の耐震設計，鹿島出版会，1994.
- 2) 日本国鉄道編：耐震設計指針(案)解説、日本鉄道施設協会，1979. または、土木学会：国鉄建造物設計標準解説、1986.
- 3) 土質工学会：杭基礎の設計法とその解説、pp. 518-521 & 1008-1024, 1985.
- 4) 大平彰・田嶽隆・中檜新・清水勝美：軟弱地盤中の基礎杭の地震時挙動特性に関する研究、土木学会論文集、第362号、pp. 417-426, 1985.
- 5) チモシェンコ(谷下市松・渡辺茂訳)：工業振動学、東京図書、pp. 224-235, 1956.
- 6) 岡本舜三：建設技術者のための振動学、オーム社、pp. 106-107, 1976.
- 7) 西村昭彦：地震時の地盤の変位量、基礎工、Vol. 12, No. 10, pp. 31-37, 1984.
- 8) 例えば、土木学会：構造力学公式集、pp. 73-110, 1986.
- 9) 平山英喜・高見邦幸：多層地盤中の杭に対する応答変位法解析、第51回土木学会年講III, 1996.