

(株)武智工務所 ○正会員 小椋 仁志  
関西大学工学部 正会員 山脣 邦男

**1. 序** 筆者らは節杭の支持力機構を調べるために、これまで模型実験<sup>1)</sup>や実大杭による実験<sup>2)</sup>を行ってきた。今回、Mindlinの第一解を用いた解析法<sup>3)</sup>をベースとして、実験で得られた支持力特性を考慮した節杭の荷重～沈下量関係の理論解析法を誘導した。本報告はこの理論解に関するものである。

**2. 方針** 本理論の誘導にあたっては、次のような方針を立てた。  
①杭は鉛直方向に弾性と仮定する。  
②地盤は一様な半無限弾性体とし、Mindlinの第一解を適用する。  
③杭の下方にある剛性の高い地盤の存在は、鏡像の原理によって考慮する。  
④Mindlin解を適用する場合に問題となる地盤中に杭体が存在することの影響は、山本ら<sup>4)</sup>の提案した補正係数によって考慮する。  
⑤杭体と地盤とは、両者の間に作用する抵抗が極限値に達するまでは等しく沈下するが、達したあとは滑りが生じる。  
⑥荷重～沈下量関係には非線形性を考慮する。

**3. 解析モデル** 図-1は解析モデルを示したものである。以下、これについて説明する。  
①図に示すごとく、最下端節部を境として杭周部と先端部とに分ける。  
②杭周部は本体部要素、節部上面要素、節部側面要素、節部下面要素の4種類の要素から成る。  
③節杭を貫入すると節部径を直徑とするせん断面が発生することが実験で確かめられていることから、本体部要素の側方に作用する抵抗として節部径を持つ円筒面上に分布する地盤のせん断抵抗を考える。このせん断抵抗は、本体部要素の他に上方の節部下面要素と下方の節部上面要素の側方の部分にも分布しているものとする。  
④節部下面には地盤を外側に押し出す作用のあることが実験で認められたことから、この面に等分布する節部下面抵抗を③のせん断抵抗と合わせて考える。  
⑤節部側面要素には地盤との間に節部摩擦抵抗が作用する。この抵抗は面上に等分布するものとする。  
⑥最上端の本体部要素と節部上面要素には抵抗が作用しない。  
⑦先端部は節部側面、節部下面、本体部および先端面の4つの要素に分割する。  
⑧節部側面要素と地盤との間には節部摩擦抵抗が、本体部要素と地盤との間には本体部摩擦抵抗が作用する。これらの抵抗はそれぞれの面上に等分布する。  
⑨節部下面要素と先端面要素にはそれぞれの面に等分布する節部下面抵抗と先端面抵抗が作用する。この2つの抵抗を合わせて先端抵抗と呼ぶ。  
⑩各要素には1～nの番号をつける。  
⑪杭周の地盤も杭体と同じ様に分割し、地盤の各要素に対しても杭に作用するのと同じ大きさ・種類で逆向きの抵抗が作用しているものとする。

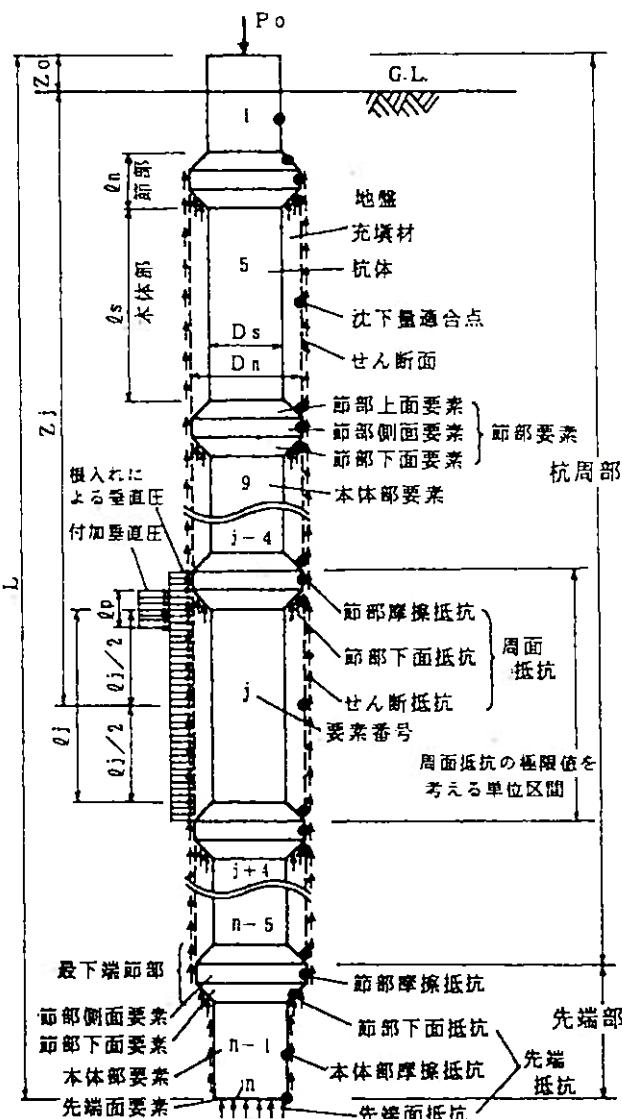


図-1. 解析モデル

#### 4. 理論解の定式化

本解説では、荷重を段階的に増加して各要素に作用する抵抗が極限値に達したかどうかを判定するため、抵抗や沈下量は増分形で表すこととする。なお、作用する抵抗が極限値に達した要素を「降伏要素」と呼ぶ。

まず、杭体に作用する鉛直方向の力の釣合条件から、次式が成り立つ。

$\Delta P_j$  は  $j$  番めの要素に作用する抵抗の増分であり、方程式はこれを未知数として解く。 $\Delta P_0$  は杭頭荷重の増分であって、計算時に与える量である。

次に、1番めの要素に関して、作用する抵抗が極限値に達するまでは杭体と地盤とは等しく沈下することから、次式のような適合条件式が成り立つ。

$$\Delta S_{\text{si}} = \Delta S_{\text{pi}} \quad (i=1 \sim n, \text{ただし降伏要素を除く}) \quad \dots \quad (2)$$

上式の  $\Delta S_{Si}$  と  $\Delta S_{Pi}$  はそれぞれ、一番めの要素の地盤と抗体の沈下量の増分である。 $\Delta S_{Si}$  は次式で計算できる。

$$\Delta S_{\text{si}} = \sum_{j=1}^n \Delta P_j \frac{2}{B_j + B_i} (I_{ij} - \lambda \cdot I'_{ij}) \quad (i, j = 1 \sim n, \text{ただし降伏要素を除く}) \dots \dots \dots \quad (3)$$

上式の  $I_{ij}$  は変位影響係数であり、Mindlin の第一解から計算する。この係数の計算において、地盤中に剛性の異なる杭体が存在することの影響については山本らの提案する補正係数<sup>14)</sup>によって考慮する。せん断抵抗、摩擦抵抗および先端面抵抗の補正係数は提案値を採用し、節部下面抵抗については新たに FEM 解析を行って補正係数を求めることとした。また、杭の先端面より下方に剛性の高い層がある場合には、その影響を鏡像の原理によって考慮するが、 $I'_{ij}$  はこの鏡像荷重による変位影響係数である。 $\lambda$  は下方の地盤の剛性に応じて決まる反射係数であって、杭周の地盤の剛性に対して、下方の地盤が完全な剛体とみなしえる場合は  $\lambda = 1$ 、剛性が等しい場合は  $\lambda = 0$  となる。

また、(3)式中の $\beta_j$ や $\beta_i$ は、杭の荷重～沈下量関係の非線形性を表すために先端抵抗と周面抵抗とに対して考える非線形係数である。 $\beta_j$ は、j番めの要素に働く抵抗 $P_j$ とその極限値 $P_{uj}$ との比で決まる定数であり、次式で示される。

$$\beta_j = \beta_0 \{1 - a(P_j / P_{uj})\} \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

この式の  $a$  ( $0 \leq a < 1$ ) は非線形性の程度を表す定数であり、 $\beta_{0j}$  は  $j$  番めの要素の初期非線形係数である。なお、先端部の本体部要素の  $\beta_j$  はその上下の要素の値の平均値とする。また、先端部の節部側面要素の節部摩擦抵抗については非線形性を考慮しない。

次に、(2)式の右辺  $\Delta S_{\text{p}}[t]$  は次式で計算できる。

$$\Delta S_{\text{p}_1} = \Delta S_{\text{st}} - \Delta \rho_1 \quad \dots \quad (5)$$

ここに、 $\Delta S_{si}$ は最下端未降伏要素（未降伏要素のうち最下端に位置する要素。要素番号は*n'*とする。）における地盤の沈下量の増分であり、(3)式で  $i = n'$  とすると求めることができる。また、 $\Delta P_i$  は杭の最下端未降伏要素と *i* 番めの要素の中心高さとの間の縮み量の増分であり、 $\Delta P_0$  と  $\Delta P_j$  ( $j = 1 \sim n'$ 、ただし降伏要素を除く) の関数として表すことができる。この計算において、節部の圧縮剛性を単純に「杭の弾性係数 × 節部の各要素の断面積」とすると剛性を過大評価することが確かめられているため、節部が圧縮力に対して有効に働く断面積をあらかじめ FEM 解析で求めておく必要がある。

5. 各要素の抵抗の極限値  $P_{uj}$  解析モデルで示した各抵抗には次のような極限値を設定する。

- (i) 周面抵抗 杭周部の各要素に作用する節部摩擦抵抗、節部下面抵抗およびせん断抵抗の三者を総合して周面抵抗と呼び、図-1に示すような上下の節部にはさまれた区間を単位として極限値を考える。この周面抵抗の極限値は模型および実大実験によって得られた実験式<sup>1)2)</sup>を用いて求める。この式は図-1のように、杭の根入れによる垂直圧の他に、節部下面の作用によって生じる付加垂直圧をこの面の近傍に考えて求めた式である。

(ii)先端部の摩擦抵抗 先端部の節部摩擦抵抗と本体部摩擦抵抗の極限値は次式で求める。

$$P_{uj} = (K_j \cdot \gamma \cdot Z_j \cdot \tan \delta_{cs} + C_{cs}) \cdot \pi \cdot D_j \cdot l_j \quad (j=1 \text{ または } n-3) \quad (6)$$

ここに、 $K_j$ は $j$ 番めの要素の中心深さにおける側圧係数、 $\gamma$ は地盤の単位体積重量、 $Z_j$ 、 $D_j$ 、 $l_j$ は $j$ 番めの要素のそれぞれ中心深さ、外径、長さである。また、 $\delta_{cs}$ と $C_{cs}$ は杭体と地盤との間の摩擦角と粘着力を示す。

(iii)先端抵抗 杭の先端抵抗の極限値については多くの研究がなされているが、ここでは地盤のN値と関係づけて考える。節杭の先端面の抵抗と最下端節部の節部下面抵抗の極限支持力度は、これまでの研究<sup>1)2)</sup>から円筒杭の先端面の極限支持力度のそれぞれ約0.8倍と約0.6倍となることが分かっているため、これらの極限値を次のようにする。

先端面の抵抗の極限値 :  $P_{uj} = 0.8 \times e \cdot N \cdot D_s^2 \cdot \pi / 4 \quad (j=n) \quad (7)$

最下端節部の節部下面抵抗の極限値 :  $P_{uj} = 0.6 \times e \cdot N \cdot (D_n^2 - D_s^2) \cdot \pi / 4 \quad (j=n-2) \quad (8)$

ここに、 $e$ は円形杭(節のない円形の杭)の先端支持力係数、 $N$ は杭先端付近の平均N値、 $D_s$ は節杭の本体部の外径、 $D_n$ は節部の外径である。

6. 計算の手順 (1)式の釣合条件式と(2)式の適合条件式に $\Delta P_0$ を与えて連立方程式を解くと $\Delta P_j$ を求めることができ、これを累計したものが $P_j$ となる。ところが、(3)式中の $\beta_i$ や $\beta_j$ は(4)式のように $P_j$ の値によって変わるため、 $\beta_j$ ( $j=1 \sim n$ 、ただし降伏要素を除く)の値が収束するまで繰り返して計算する必要がある。本解析では $\beta_j$ の変化量が原則として5%以下になるまで計算する。これによって得られた $P_j$ のうち、いずれかの要素で $P_{uj}$ より大きくなった場合は、その要素の $P_j$ が $P_{uj}$ と等しくなるように再計算を行う。 $P_j = P_{uj}$ となった要素に関しては杭体と地盤との間に滑りが生じるものとして方程式から除外する。このような手順で、杭頭荷重 $P_0$ を順次増加させながらすべての要素に作用する抵抗が極限値に達するまで繰り返して計算を行う。

7. 数値計算例 本解析法によって計算した値を、較荷試験の結果と比較して、その妥当性を検討する。

(i) 実大実験<sup>2)</sup> この実験は長さ6m、幅4m、深さ約5mの大型土槽内に実大の節杭と円筒杭とを、貫入速度制御方式で約3.7m押し込んだあと引き続いて載荷試験を行ったものである。地盤は湿潤状態の砂(平均粒径 $D_{so}=0.6$ mm、均等係数7.3、含水比6.5%)を詰めたもので、地盤全体の平均単位体積重量は $1.695 \text{ gf/cm}^3$ 、相対密度は62.3%である。また、地盤内の3ヶ所のN値を図-2に示すが、

GJ-1m以深では $N=4 \sim 6$ となっている。節杭を押し込む時には、周囲に砂利( $D_{so}=7.8$ mmの砾)を充填している。理論解の計算にあたっては表-1に示す定数を用いた。これらの値のうち、地盤のボアソン比 $\nu$ は土槽底面での鉛直応力の測定結果とMindlinの第一解による応力値とを比較して得られた値であり、 $\delta_{cs}$ や $C_{cs}$ などの値は大型一面

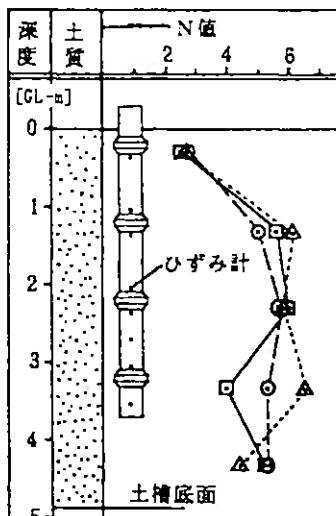


図-2 地盤概要(実大実験)

表-1. 計算に用いる定数

実験名		実大実験 A 現場	
分 割 数	$n$	18	34
杭 長	$L [cm]$	400.0	800.0
本 体 部 の 径	$D_s [cm]$	30.0	30.0
節 部 の 径	$D_n [cm]$	44.0	44.0
杭 天 端 高 度	$Z_o [GL+cm]$	30.0	50.0
本 体 部 の 長 度	$l_s [cm]$	77.5	77.5
節 部 の 長 度	$l_n [cm]$	22.5	22.5
付 加 垂 直 圧 の 作 用 長 度	$l_p [cm]$	14.0	14.0
節 部 下 面 の 傾 斜 角 $\alpha$ [度]		47.0	47.0
杭 の 弹 性 係 数 $E_p [kgf/cm^2]$		$4 \times 10^5$	$4 \times 10^5$
本 体 部 断 面 面 積 $A_o [cm^2]$		452.4	452.4
節 部 断 面 面 積 係 数 $\beta_j$	上面、下面	1.42	1.42
	側面	1.54	1.54
杭 周 地 盤 の 厚 さ $H [cm]$		486.2	1100
反 射 係 数 $\lambda$		0	0.5
地 盤 の 弹 性 定 数 $E_s [kgf/cm^2]$		350	95
地 盘 の ボアソン 比 $\nu$		0.45	0.3
地 盘 の 单 位 体 積 重 量 $\gamma [gf/cm^3]$		1.695	1.6
杭 先 端 部 の N 値 $N$		5.4	10.0
先 端 支 持 力 係 数 $e$		6.8	4.0
側 圧 係 数 $K_j (j=1 \sim n)$		1.90	0.72
地 盘 の 内 部 摩 擦 角 $\phi_{ss}$ [度]		43.0	29.0
地 盘 の 粘 着 力 $C_{ss} [kgf/cm^2]$		0.23	0
地 盘 と 杭 の 摩 擦 角 $\delta_{cs}$ [度]		25.5	20.0
地 盘 と 杭 の 粘 着 力 $C_{cs} [kgf/cm^2]$		0	0
充 填 材 と 杭 の 摩 擦 角 $\delta_{cg}$ [度]		33.9	25.0
初 期 非 線 形 係 数 $\beta_{oj}$	周面抵抗	1.0	1.0
	先 端 抵 抗	2.2	6.0
(4)式の定数 $a$	周面抵抗	0.95	0.95
	先 端 抵 抗	0.95	0.99

せん断試験機（試料の長さ30cm、幅20cm、高さ12cm）を用いたせん断・摩擦試験で得られた値である。他の定数は実験値に対応するように求めたものである。

図-3に $P_o$ と杭頭沈下量 $S_o$ の関係、先端部の抵抗 $P_p$ ～ $S_o$ 関係および周面抵抗 $P_f$ ～ $S_o$ 関係の理論値と実験値との比較図を、図-4に軸力分布の比較図をそれぞれ示す。ただし、図-3の $P_p$ は最下端節部の直上のひずみ計の位置における軸力値であり、 $P_f$ は $(P_o - P_p)$ の値である。また、実験値は貫入抵抗におよぼす土槽底面の影響をあらかじめMindlinの第一解を用いて補正したものであるため、解析では $\lambda = 0$ とした。この実験では $S_o$ が100mmを超えて貫入抵抗は漸増しているため、本解析では $S_o$ が $D_n$ の10%（44mm）になった時の値を極限抵抗値としている。図-3を見ると、理論値は実験値によく近似していると言える。また、軸力分布図においても荷重が大きい範囲では少し形が異なっているものの、両者はほぼ一致していることが分かる。

(ii) A現場での載荷試験 この載荷試験は千葉県内で行なわれたもので、図-5に示すようにN値が3～16の砂地盤である。試験杭は長さ8mの節杭を打ち込んだものであって、荷重制御方式で97tfまで載荷している。解析に用いた定数を表-1に示すが、このうち $\delta_{cs}$ などの値はN値などから推定したものである。

$P_o$ 、 $P_p$ 、 $P_f$ ～ $S_o$ 関係の理論値と実験値との比較図を図-6に、軸力分布の比較図を図-7に示す。軸力分布では荷重が大きくなると理論値は実験値と多少異なった値を示すものの、荷重～沈下量関係では両者はよく一致していることが分かる。図-5 地盤概要（A現場）

9. 結語 本報告では、Mindlinの第一解を用いた解析法をベースとして誘導した節杭の荷重～沈下量関係の理論解析法について述べた。また、2例の載荷試験の結果と比較することにより、本理論解が実際の杭の荷重～沈下量関係や軸力分布をよく表現し得ることが分かった。ただし、解析に用いる定数の決定法は今後の検討課題であり、今後も引き続き節杭の載荷試験のデータをより多く蓄積して検討していく必要がある。

謝辞 変位影響係数に関する補正係数 図-6、 $P_o$ 、 $P_p$ 、 $P_f$ ～ $S_o$ 関係の比較図 図-7、軸力分布の比較図 の計算にあたって、ご指導をいただいた広島大学工学部の富永晃司助教授と山本春行助手に厚く感謝いたします。

- 参考文献
- 1) 小椋、山肩、岸田「模型実験による節付き円筒杭の支持力特性の検討」日本建築学会構造系論文報告集、昭62.4.
  - 2) 小椋、山肩、大杉「実大杭の押しこみ実験による節杭の支持力特性の検討」日本建築学会構造系論文報告集、昭63.4.
  - 3) たとえば D'Appolonia, E. and Romualdi, J.P. : LOAD TRANSFER IN END-BEARING STEEL H-PILES, ASCE, SM. 2, 1963. 3.
  - 4) 山本、富永、山肩「杭の相互作用問題における地中変位の評価法」構造工学論文集、Vol. 32B、1986. 3.

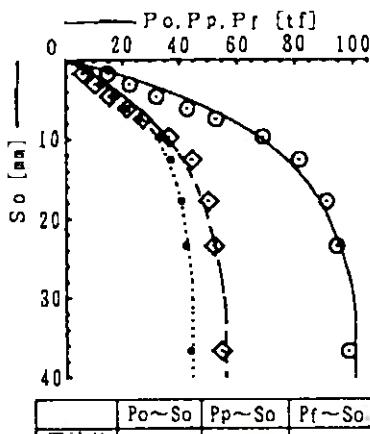


図-3  $P_o$ 、 $P_p$ 、 $P_f$ ～ $S_o$ 関係の比較図

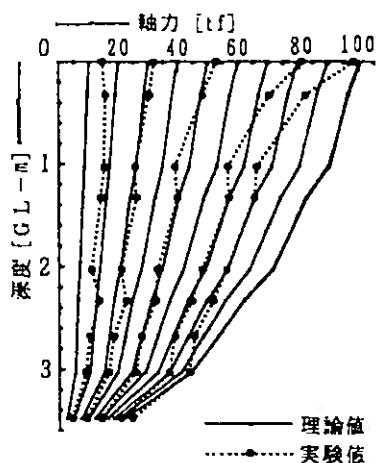


図-4 軸力分布の比較図

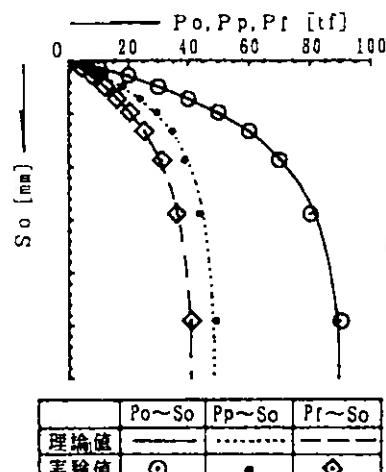
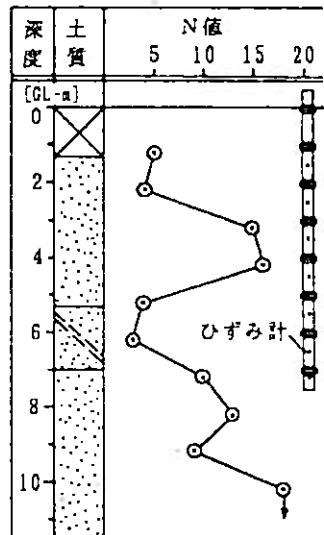


図-6  $P_o$ 、 $P_p$ 、 $P_f$ ～ $S_o$ 関係の比較図

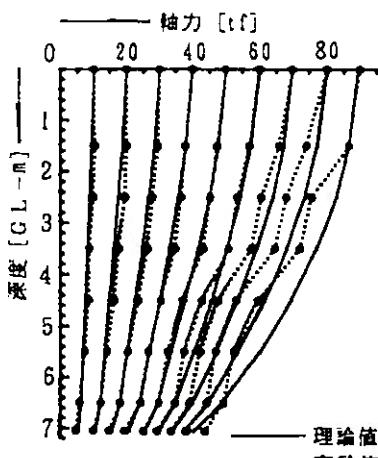


図-7 軸力分布の比較図