

単杭の沈下解析における荷重伝達法と簡易化境界要素法の比較

大阪土質試験所 正会員 平山 英喜
武智工務所 正会員 ○ 山下 啓明

1. まえがき

杭の沈下解析法として種々の方法が提案されているが、それらは計算の簡潔性の順序により、例えば次のように分類しうる：①近似解析解を用いる方法¹⁾、②荷重伝達法 (load-transfer method) [ウィンクラーばね法、t-z 法、伝達関数を用いる境界要素法等²⁾とも呼ばれ、一次元 FEM 解析法³⁾とも見なせる]、③ミンドリン解を利用する弾性理論法 [簡易化境界要素法²⁾ (simplified boundary element method)、複合有限要素法⁴⁾ (composite finite element method)等とも呼ばれる]、④境界要素法 (BEM) [1970年前半までは積分方程式法 (integral equation method) 等と呼ばれた⁵⁾]、⑤有限要素法 (FEM)。

⑤の FEM は、数値解析法として最も汎用性があるが、最も計算時間が長くなり、群杭の場合は軸対称条件でなくなるため、現状ではその利用は容易ではない。④の方法は、上述の⑤の短所を改良しうるが、まだ弾性解析が主であり、計算のもっと容易な③の方法と比較して、その特長を現状ではあまり発揮していないようである。一方、①の方法はコンピューターなしでも計算可能であるが、地盤条件を極めて簡潔化しないと解が得られない。

そこで、土の非線形性を考慮してもパソコンで簡単に計算できる②③の方法が、実際への適用を考慮しつつ広く研究されている。この両者の特徴とするところは、理論解等で近似的に計算しうる点はそれを利用した上で、数値解析を行う複合性にある⁴⁾。したがって、その解析精度は、数値解析に持ち込むまでの仮定と、その仮定に応じたインプット定数の決定法に大きく依存する。

本報告は、以上の観点から、単杭の沈下解析における②と③の方法による線形および非線形解析を同一の地盤定数を用いた解析例によって比較し、各々の方法のインプット定数の持つ物理的意味を考察する。

2. 解析手法

2.1 荷重伝達法 (t-z 法)

t-z 法は、軸力分布を測定した載荷試験結果を基に、杭から地盤への荷重伝達 (load transfer) 特性を決めるのが一般的である。ここでは、他の方法の比較のもとに t-z 法の解析的な意味を考察することが目的であるので、周辺地盤の応力-ひずみ特性から理論的に伝達関数を決

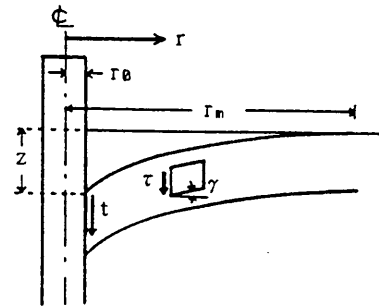


図-1 周面摩擦による周辺地盤の変形パターン

める。そのため、“まえがき”①の近似解析解を用いる方法を利用する。

(1) 周面摩擦抵抗

図-1に示すように、杭軸を中心とした同心円筒を想定して地盤の単純せん断変形パターンを仮定し、せん断ひずみ(γ)の積分により、周面摩擦応力(t)-杭変位(z)関係を得る。すなわち

$$z = \int_{r_0}^{r_n} \gamma \, dr = \int_{r_0}^{r_n} \frac{t \cdot r_0}{G \cdot r} \, dr \quad \dots (1)$$

ここに r_0 = 杭半径, r_n = 周辺地盤の変形がゼロと見なせる杭中心からの距離 (影響半径), $G = G(r)$ = 杭中心から r の距離の位置のせん断弾性係数。

地盤のせん断応力-せん断ひずみ関係として、線形関係または次の Kondner 型の双曲線型非線形曲線

$$\tau = \frac{\gamma}{a + b\gamma} \quad \dots (2)$$

を仮定した場合、(1)式より次の解析解が得られる⁶⁾。

$$z = \frac{t \cdot r_0}{G_i} \log_e \left(\frac{r_n/r_0 - F}{1 - F} \right) \quad \dots (3)$$

ここに G_i = 初期せん断弾性係数 (=1/a), $F = t \cdot b = t/t_{ult}$ ($t_{ult} = t$ の極限值); 線形弾性 (すなわち $G = \text{一定}$) の場合は $G_i = G, F = 0$ 。

(3)式により、土の応力-ひずみ関係に基づいた t-z 曲線が求められるが、計算には影響半径 r_n をインプット定数として与える必要がある。これに関しては、線形の場合の(1)・(3)式を用いた検討や FEM との比較により、すなわち解析的な観点から、次式が提案されている¹⁾。

“Comparison of t-z Method and Simplified BEM for Pile Settlement Analysis”,
by Hideki HIRAYAMA (Osaka Soil Test Lab.) and Hiroaki YAMASHITA (Takechi Eng. Co.)

$$r_n = 2.5 \cdot L \cdot \rho (1 - \nu) \quad \dots (4)$$

ここに L = 杭長, ν = 土のポアソン比, ρ = 非均質性係数 = G (杭中間) / G (杭先端) (したがって、一様地盤に対して $\rho = 1.0$ 、ギブソン地盤[Gibson soil, 地盤剛性が土被りに比例して増加する地盤]に対して $\rho = 0.5$)。

非線形の場合、 t - z 関係は初期 ((3)式で $F = 0$ の時) は線形解と一致し、 F (すなわち t および z) の増加とともに t - z 関係に及ぼす r_n の影響は線形の場合より減少するので、 r_n の影響度は線形の場合より少なく、一般に(4)式が用いられる⁶⁾。

なお、(3)式から、増分法による計算に用いる接線地盤反力係数(ばね係数) k_s の逆数は、次のようになる。

$$\frac{1}{k_s} = \frac{dz}{dt} = \frac{r_o}{G_i} \left\{ \log_e \left(\frac{R-F}{1-F} \right) + \frac{F(R-1)}{(1-F)(R-F)} \right\} \quad \dots (5)$$

ここに $R = r_n / r_o$; 線形の場合は $F = 0$, $G_i = G$ 。

2.2 先端抵抗

杭先端抵抗(q) - 杭先端変位(z)に対する理論解としては、半無限地盤上(または内)の円板の載荷問題に対する弾性理論解¹⁾²⁾⁴⁾が用いられている。

表面載荷の場合、剛な円板と柔な円板(等分布荷重)の同一平均荷重下の円板中心での沈下量は、前者は後者の $\pi/4$ 倍となる。また、根入れ深さの影響による先端沈下の低減率はミンドリン解から推定されるほど低くなく、FEM解析との比較から0.85以上で、1.0に近いことが指摘されている¹⁾。

本報告では、深さの影響の補正は行わず、 t - z 法の線形解析では、次の関係を用いる。

$$\frac{z}{q} = \frac{1}{k_b} = \frac{\pi(1-\nu)r_o}{4G} \quad \dots (6)$$

ここに k_b = 先端地盤反力係数。

非線形解析では、 q - z 関係に対して次の双曲線近似を用いる⁷⁾。

$$q = \frac{z}{a + bz} \quad \dots (7)$$

(7)式の定数 a, b は、次のように決める。

$$a = \frac{1}{k_b|_{z=0}} = \frac{\pi(1-\nu)r_o}{4G_i} \quad \dots (8)$$

$$b = \frac{1}{q_{ult}} = \frac{1}{9c_u} \quad \dots (9)$$

2.2 ミンドリン解を利用する弾性理論法

(簡易化BEM)

この方法は、(完全な)境界要素法が、成層状態等を考慮して等質領域と見なした各要素の境界を離散化するのに対し、地盤を等方均質の半無限弾性体と仮定する。

すなわち、地盤全体を一個の要素と見なす。そのため現実の地盤条件や現象を考慮するための種々の近似的な修正が提案されてきた²⁾。それらに関連して、本報告での計算に用いた修正を以下にまとめる。

① 地盤が一様でない場合、例えば後述のギブソン地盤の場合、影響係数 I_{ij} の計算に際して、各々の層の弾性係数の平均値、すなわち $E = (E_i + E_j) / 2$ を用いる²⁾⁸⁾。

② 杭先端部の影響係数 I_{bb} の計算に際して、(6)式に対応して剛性の影響のみを考慮して、杭中心を代表点として計算を行い、それを $\pi/4$ 倍する⁹⁾。ただし、最近のプログラム¹⁰⁾では、上述の $\pi/4$ の補正を行わず、杭中心から $r_o/2$ の位置を代表点として用いている。

③ 非線形解析においては、土の応力-ひずみ関係を、 t - z 法同様 Kondner 型双曲線(2)式と仮定し、接線弾性係数 E_{tan} として(10-a)式を用いる²⁾。なお、計算は増分形式で行うので、割線弾性係数 E_{sec} は用いないが、4. での議論のために示すと(10-b)式になる。

$$E_{tan} = E_i \left(1 - \frac{t \cdot R r_s}{t_{ult}} \right)^2 \quad \dots (10-a)$$

$$E_{sec} = E_i \left(1 - \frac{t \cdot R r_s}{t_{ult}} \right) \quad \dots (10-b)$$

ここに E_i = 初期弾性係数 = $2(1+\nu)G_i$, $R r_s$ = 双曲線フィティング定数(hyperbolic curve-fitting constant)。

なお、 $R r_s$ の物理的意味に関しては、4. で後述する。

先端抵抗に関しては、荷重伝達法における(7)~(9)式との対応から、次式を用いる。

$$E_{tan} = E_i \left(1 - \frac{q}{q_{ult}} \right)^2 \quad \dots (11)$$

ここに、 q_{ult} は(9)式によって与えられる。

3. 線形解析

線形解析に関しては、 t - z 法および簡易化BEMとも、FEMによる解析結果とほぼ同じ結果を与えることが確かめられている¹⁾⁸⁾⁹⁾。したがって、両者はほぼ同じ結果を与えることになるが、地盤抵抗をばねで置きかえ、要素間相互作用(inter-element interaction)を考慮していない t - z 法が、何故同等の結果を与えうるのかについて考察するために、例題として図-2に示す一様地盤とギブソン地盤中での杭を考え、地盤の抵抗を表すマトリックスの内容の比較を行った。

紙面の都合で結果の詳細は別に報告する¹¹⁾が、2.1で述べた同心円筒モデルを仮定して算定した t - z 法の(5)式の接線ばね係数は、要素間相互作用も含んだ周辺地盤全体の抵抗を1つのばねで近似的に表した結果になっている。杭-土-杭間の相互作用を考慮する必要のない単杭の沈下解析に対しては、 t - z 法は簡単でしかもかなりの精度を期待できる解析法と考えられる。

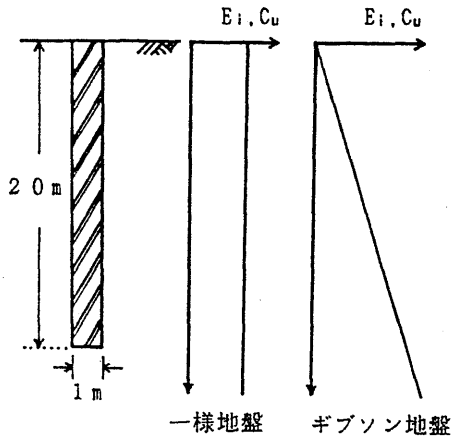


図-2 解析例の条件

表-1 解析インプット定数

	一様地盤	ギブソン地盤
C_u	5 [tf/m ²]	深さ10mで5[tf/m ²]
E_i	1500 C_u	同左
ν	0.5	同左
R_{fs}	1.0 または 0.5	同左
杭の E	2.6×10^6 [tf/m ²]	同左

4. 非線形解析

土の応力-ひずみ関係を(2)式に示した Kondner 型の双曲線と仮定して、線形解析同様、図-2に示した一様地盤とギブソン地盤の解析を行う。非線形解析では、弾性係数だけでなく強度も必要となるが、これも一様および深さの比例増加とする。インプット定数を表-1にまとめた。解析結果を図-3に示すが、簡易化BEMで(10)式の $R_{fs}=1.0$ としたものは、沈下をかなり大き目に算定する。この過大評価の程度は、杭の剛性にもかなり依存するようであるが、 $R_{fs}=0.5$ 程度の値が勧められている²⁾¹⁰⁾。実際、 $R_{fs}=0.5$ とした結果は、図-3に示したように t-z 法の結果とほぼ一致している。そこで、以下に R_{fs} の物理的意味を考察する。

簡易化BEMでは、2.2で述べたように、ミンドリン解を利用するので、地盤を半無限の均質弾性体と仮定していることになる。地盤の成層状態による初期不均質性 (initial nonhomogeneity) は、2.2の④で述べた平均値を用いる方法でギブソン地盤のような場合は近似的に考慮しうる⁸⁾。しかし、杭の沈下とともに、杭周辺の地盤のひずみが大きくなり、初期状態と比べて剛性が低くなり、誘導不均質性 (induced nonhomogeneity) が生じる。単杭の沈下解析における要素間相互作用には、杭周辺のひずみレベルの高い土の剛性を用いればよいであろうが¹²⁾、杭との接触面にある土の剛性、すなわち極小値を用いるのは、すべりによる不連続面が生じた後は別として、周面摩擦抵抗を過小評価することになる。

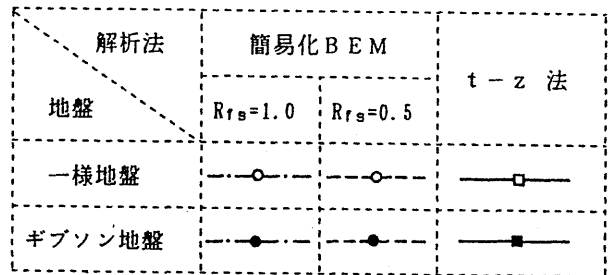
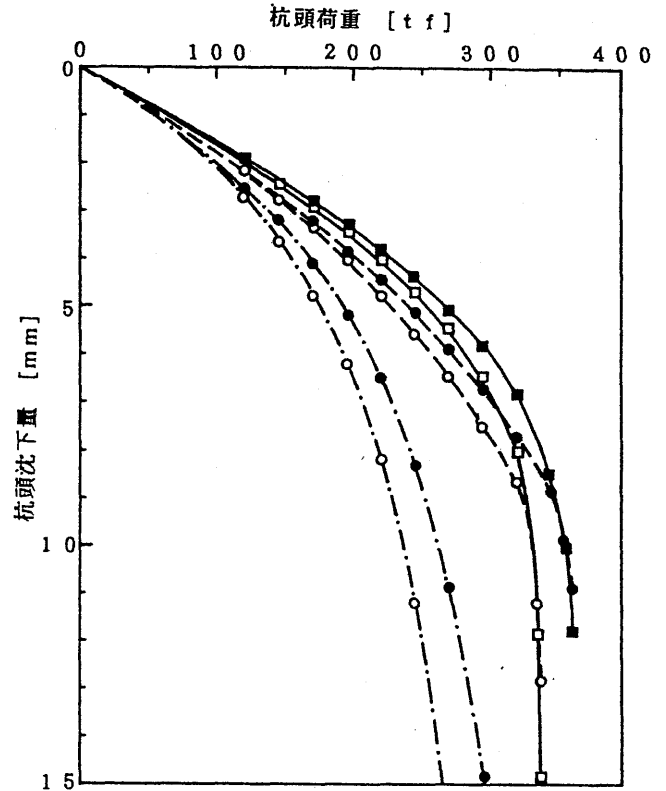


図-3 非線形解析結果

そこで、図-1に示したモデルを用い、杭軸から $r = r_0 \sim m \cdot r_0$ の間にある土の平均剛性を求めてみる。(2)式的双曲線型応力ひずみを仮定すると、杭軸から r の距離にある土の割線せん断弾性係数 $G_{sec}(r)$ は(12)式で与えられるので、平均割線せん断弾性係数 \bar{G}_{sec} は(13)式のように求められる。

$$G_{sec}(r) = \frac{\tau}{\gamma} = \frac{1}{a + b\gamma} = G_i \frac{r - F \cdot r_0}{r} \quad \dots (12)$$

ここに $F = t/t_{ult}$ ((3)式参照)。

$$\begin{aligned} \bar{G}_{sec} &= \frac{1}{\pi r_0^2 (m^2 - 1)} \int_{r_0}^{m r_0} 2\pi G_{sec}(r) \cdot r \, dr \\ &= G_i \left(1 - \frac{2}{1+m} F \right) \quad \dots (13) \end{aligned}$$

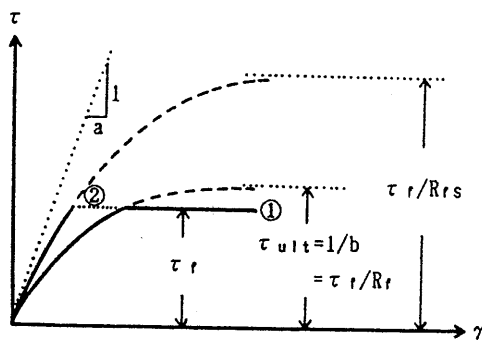
杭との接触面では

$$G_{sec}(r_0) = G_i (1 - F) \quad \dots (14)$$

であるから、(13)式は $r = r_0 \sim m \cdot r_0$ の領域の土の平均的挙動を接触面での土の挙動に置き換えて表した時、その挙動は Kondner 型の双曲線に3つ目の定数 R_{rs} を導入した Duncan-Chang 型の双曲線⁷⁾で表すことができることを示している。また(13)・(10-b)式の対比により $R_{rs} = 2/(1+m)$ であることが分かる。したがって $R_{rs} = 0.5$ は $m = 3$ 、すなわち、 $r = r_0 \sim 3r_0$ の領域の土の平均的な挙動を考慮していることを意味する。接線弾性係数によると、以上の議論は厳密には成り立たないが、その差異は微小である。上述の議論では、土のせん断応力-せん断ひずみ曲線自体は(2)式の Kondner 型の完全な双曲線と仮定したが、より一般的に Duncan-Chang の導入した破壊比 R_f を含めて3定数とした場合、すなわち(2)式において $\tau \leq R_f \cdot \tau_{ult}$ の条件を付けた場合⁷⁾は、 F の定義を $F = R_f \cdot t / t_{ult}$ とすれば、後の議論は前述のものと同じとなり、この場合 R_{rs} は次のような意味を持つ。

$$R_{rs} = 2R_f / (1+m) \quad \dots (15)$$

仮定した土の応力-ひずみ関係と、 $r = r_0 \sim m \cdot r_0$ の領域の土の平均的な挙動を杭-地盤の接触面での応力-ひずみ関係に見かけ上置き換えたものを比較して、図-4に示した。なお、杭接触面での周面摩擦力 t が τ_{ult} (R_f を導入した場合は $\tau_f = R_f \cdot \tau_{ult}$) に達した後は、すべりの発生を考慮して応力-ひずみ関係を直接用いず、応力-変位関係に基づいて計算を行う⁹⁾。



- ① 実際の土の応力-ひずみ関係：
 $\tau = \gamma / (a + b\gamma)$, $\tau \leq R_f / b = \tau_f$
- ② 杭接触面での見かけの応力-ひずみ関係：
 $\tau = \gamma / (a + B\gamma)$, $\tau \leq \tau_f$
ここに $B = 2b / (1+m) = R_{rs} / \tau_f$

図-4 土の応力-ひずみ関係と杭接触面での見かけの応力-ひずみ関係

5. まとめ

近似解析解によってばね係数を算定する荷重伝達法 (t - z 法) とミンドリン解を利用する弾性理論法 (簡易化 BEM) で、共通の地盤定数を用いて単杭の線形・非線形沈下解析を行った。その結果を以下にまとめる。

① t - z 法で近似解析解によって算定したばね係数は、要素間相互作用も含んだ周辺地盤全体の抵抗を1つのばねで近似的に表した結果になっている。

② 簡易化 BEM による非線形解析では、杭の沈下とともに生じる杭周辺地盤の剛性の低下、すなわち誘導非均質性を考慮する必要がある。その近似的な方法として、仮定した杭周辺土の応力-ひずみ関係に対して初期剛性はそのままに見かけ上強度を大きくした応力-ひずみ関係の一部を、杭との接触面の土に適用すればよいが、これは杭周辺地盤のある領域内での平均剛性を想定していることに相当することを示した (図-4 参照)。

参考文献

- 1) Randolph, M. F. and Wroth, C. P. (1978): "Analysis of deformation of vertically loaded piles," Proc. ASCE, Vol. 104, No. GT12, pp. 1465-1488
- 2) Poulos, H. G. (1989): "Pile behaviour - theory and application," Geotech., Vol. 39, No. 3, pp. 365-415
- 3) Hirayama, H. (1990): "Load-settlement analysis for bored piles using hyperbolic transfer functions," S & F, Vol. 30, No. 1, pp. 55-64
- 4) Scott, R. F. (1981): Foundation Analysis, Prentice-Hall, Inc., pp. 267-270
- 5) Banerjee, P. K. and Dargush, G. F. (1988): "Progress in BEM applications in geomechanics via examples," Numerical Methods in Geomechanics (Innsbruck 1988), Swobada (Ed.), Balkema, pp. 13-22
- 6) Kraft, L. M. et al. (1981): "Theoretical t - z curves," Proc. ASCE, Vol. 107, No. GT11, pp. 1543-1561
- 7) 平山・上紺屋 (1990): "杭の沈下解析に用いる地盤の力学定数推定法," 第25回土質工学研究発表会
- 8) Poulos, H. G. (1979): "Settlement of single piles in nonhomogeneous soil," Proc. ASCE, Vol. 105, No. GT5, pp. 627-641
- 9) Poulos, H. G. and Davis, E. H. (1980): Pile Foundation Analysis and Design, John Wiley & Sons, pp. 366-368; pp. 83-84; pp. 80-81
- 10) Poulos, H. G. (1989): Program PILES Users' Guide, Centre for Geotech. Research, Univ. of Sydney
- 11) 平山・山下 (1990): "単杭の沈下解析における荷重伝達法と簡易化境界要素法の比較 (その2)," 土木学会第45回年講III (投稿予定)
- 12) Poulos, H. G. (1988): "Modified calculation of pile-group settlement interaction," Proc. ASCE, No. GT6, pp. 697-706