

539

群杭基礎のミンドリン解に基づく地盤内応力分布とその簡便法

株 ジオトップ 正会員 平山 英喜

1. まえがき

いわゆる摩擦杭 (friction pile) あるいは浮き杭 (floating pile) を群杭基礎として用いる場合、圧密沈下量の検討が必要となる。その際、Terzaghi-Peck法 (以降 T-P 法と記す) またはその修正法がよく用いられる。一方、ミンドリン解を用いた弾性解析法も広く用いられている。国際的なアンケートによると、前者が 22%、後者が 18% であった¹⁾。T-P 法は簡便法であるが、ミンドリン解に基づいたものではない。また、ミンドリン解に基づく地盤内応力の分布が図示された例はあまりないため、両者の関係は明確でない。

本稿は、まず T-P 法の背景を述べる。そして、ミンドリン解に基づいた解による応力分布の解析例を図示して、浮き杭の荷重の分散効果と根入れ効果を検討する。さらに、これらの効果を考慮した簡便法をまとめる。

2. Terzaghi-Peck法 (T-P 法)

2.1 概要

T-P 法は、equivalent raft (or footing) method とも呼ばれる。図-1 に示すように、 $z = 2L/3$ の位置に仮想載荷面を想定し、その面上の群杭外周を囲む部分に上載荷重を等分布荷重として加える。それ以浅の部分の地盤および杭全体の存在を無視して、仮想載荷面を地表面と見なし、それ以深の地盤の圧密沈下量を直接基礎と同じ方法で計算する。したがって、地盤内応力増分は、ブシネスク解に基づく弾性理論あるいは簡便法として荷重分散法が用いられる。一般的には後者が用いられるが、分散角として日本では $\theta = 30^\circ$ 欧米では $\theta = \tan^{-1}(1/2) = 26.6^\circ$ とすることが多い。この方法は、Terzaghi & Peck: "Soil Mechanics in Engineering Practice" (1st Ed., 1948; 2nd Ed., 1967)²⁾ に示された図-2 の鉛直応力増加を示す図と、それに基づいて説明されている $z = 2L/3$ の位置での仮想的な載荷による圧密沈下量の簡易な概略検討法に由来する。

T-P 法が過大な沈下を与える傾向があるので、仮想載荷面を下方に移動したり、あるいは $z = 2L/3$ での載荷幅を大きくしたりする修正法もいくつか提案されており、T-P 法と同程度に用いられている¹⁾。

2.2 T-P 法の背景

Peck³⁾によると、図-2 は1925年12月に Terzaghi: "Modern conceptions concerning foundation engineering", Journal of the Boston Society of Civil Engineers, Vol. 12, No. 10 に最初に発表されたものである。1920年代当時の技術者のはほとんどが、地盤条件によらず、実際の群杭基礎の沈下が単杭の鉛直載荷試験の設計荷重のもとでの沈下と同じである、と信じていた。つまり、杭先端レベルよりずっと深いところに軟弱層がある場合に、その圧密沈下に起因して群杭基礎で大きな沈下が発生する可能性があることを、見落として理解していなかった。Terzaghi の意図したことは、当時の実務技術者に、上記のことを指摘し説明することであった。図-2 の応力増加分布は、杭先端レベルまでは深さ方向に線形増加することを仮定した概

念的なものである（参考までに、ミンドリン解が発表されたのは1936年である）。そして、提案された簡易沈下計算法は、浮き杭基礎で重大な圧密沈下が生じるかどうかを検討するために、沈下量のオーダーを調べるためのものである。

3. 弾性解による検討

3.1 弾性解の適用性

地表面の載荷に伴う地盤内の鉛直応力増加 $\Delta \sigma_v$ の算定には、ブシネスク解に基づいた方法が一般的に用いられる。半無限・等方・均質・線形弾性体の仮定のもとに得られたブシネスク解の $\Delta \sigma_v$ には、弾性定数が一切含まれていない。異方性・非均質性・非線形性の影響も、硬質層の下部に軟弱層が存在する場合（軟弱層における $\Delta \sigma_v$ を過大評価するので安全側）の非均質性を除いて、さほど大きくなない⁴⁾。実際にこの解の妥当性は、多くの実測結果によって確かめられている。

一方、載荷された杭の周面および先端から地盤への荷重伝達による地盤内応力変化は、ブシネスク解と同じ仮定のもとに、地中の点載荷に対して得られたミンドリン解に基づく方法がしばしば用いられる。ミンドリン解は、ブシネスク解に比べてかなり複雑であり直感的に解釈しにくいが、当然のことながら載荷点が地表面が近づくにつれてブシネスク解に近づく。この解による応力変化はボアソン比を含むが、その影響は次節で示すようにさほど大きくなない。その他の仮定の影響は、ブシネスク解の場合と同様である。さらに、杭体の存在、杭施工に伴って杭周辺地盤で生じうる非均質性、引っ張り応力([初期地盤内応力]+[変化(引っ張り)応力]<0)の発生の影響等が加わる。したがって、

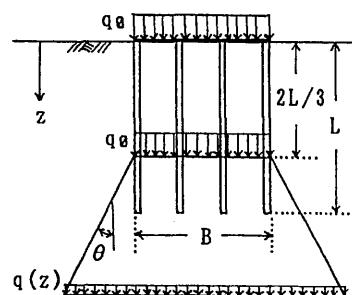


図-1 equivalent raft 法 (T-P 法)

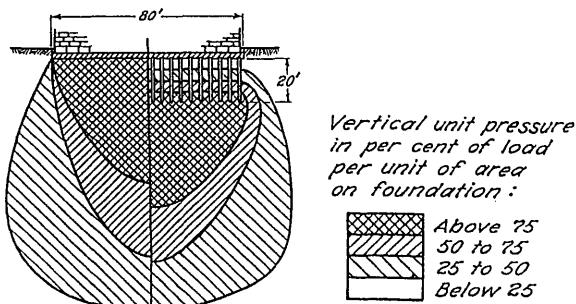


図-2 Terzaghi による群杭基礎の鉛直応力分布²⁾

"Stress distributions due to pile groups based on Mindlin's solutions and their simplified patterns"
Hideki HIRAYAMA (GEOTOP Corporation)

地表面載荷の場合のブシネスク解と同程度の適用性がある⁵⁾とは、必ずしもいえないかも知れない。しかし、杭体の存在に関しては、F E Mとの比較による検討では、杭のごく近傍を除いてさほど影響はない⁶⁾⁷⁾。そして、杭施工により影響を受ける地盤の領域は、沈下に関与する領域に比べればずっと小さいので、全体的な応力分布に大きな影響を及ぼさないと考えられる⁸⁾。また、大きな引抜き力を受けているような場合を除いて、押込み力によって部分的に引っ張り応力が発生しても全体的な応力状態が大部分圧縮状態であれば、ミンドリン解に基づいた $\Delta\sigma_v$ の算定は、全体として参考になるものと考えられる⁹⁾。なお、引っ張り応力が発生する可能性が高いのは集中的荷重（すなわち、先端荷重）の場合であり、分散的荷重（すなわち、周面荷重）ではその可能性は低い。したがって、浮き杭の群杭では、一般にさほど問題にならない。

そこで、以下には計算の簡便性のために、杭周面力を線荷重と仮定してミンドリン解を積分して求められた $\Delta\sigma_v$ の解¹⁰⁾によって、地盤内鉛直応力変化の全体的な分布を検討する。

3.2 単杭 Geddes解

まず、周面荷重による荷重分散効果と根入れ効果（すなわち集中荷重に対する分散荷重の影響と地表載荷に対する地中載荷の影響）を基本的な条件のもとで解釈するために、単杭に対して図-3に示す条件・使用解のもとでの $\Delta\sigma_v$ を比較してみる。ポアソン比 ν は、0.3または0.5とした。ただし、図-3(d)のブシネスク解の場合は、ポアソン比に関係しない。

$\Delta\sigma_v = C(Q/L^2)$ （ここに、 Q = 載荷重、 L = 杭長）と表した時の無次元応力係数 C の分布を図-4に示す。この結果から、単杭の場合の荷重の分散および根入れ効果の特性に関して、次のようなことが分かる。

- ① ミンドリン解あるいはそれに基づいた解による $\Delta\sigma_v$ において、ポアソン比 ν の影響はさほど大きくなない（図-4(a)(b)(c) 各図の左右参照）。
- ② $\Delta\sigma_v[@\nu=0.5] \approx (1.1 \sim 1.2) \cdot \Delta\sigma_v[@\nu=0.3]$ である。
- ③ 分布荷重の場合であっても、 $\Delta\sigma_v$ が最も大きいのは杭先端周辺である（図-4(a)(b)）。周面力一定条件の場合、杭先端レベル線を中心に $\Delta\sigma_v$ の分布はほぼ線対称と見なせる。周面力線形増加条件の場合は、杭先端レベルより深いところではほとんど $\Delta\sigma_v$ は生じない。杭先端レベル以深の同一点では、後者の方が大きな $\Delta\sigma_v$ が生じるが、両者の差はあまり大きくない。
- ④ $2L/3$ の深度に集中荷重として作用すると仮定した場合（図-4(c)）の $\Delta\sigma_v$ は、載荷点から離れた $z > 4L/3$ 程度になると、分布荷重の場合（図-4(a)(b)）とほぼ一致する⁶⁾。しかし、当然のことながら、載荷点の近辺では非常に過大評価する。
- ⑤ ブシネスク解はミンドリン解よりも載荷点を通る鉛直軸近辺の下方でかなり大きな $\Delta\sigma_v$ を与える（図-4(c)(d)）。杭軸に沿う線上の $z = L \sim 2L$ において、その比率は $\nu = 0.3$ で2.0～2.4倍、 $\nu = 0.5$ で1.7～2.0倍となる¹⁰⁾。載荷点を $z =$

使用解	(a)&(b) Geddes解	(c) Mindlin解	(d) Boussinesq解
荷重分散効果	Yes	No	No
根入れ効果	Yes	Yes	No

図-3 解析における条件・使用解

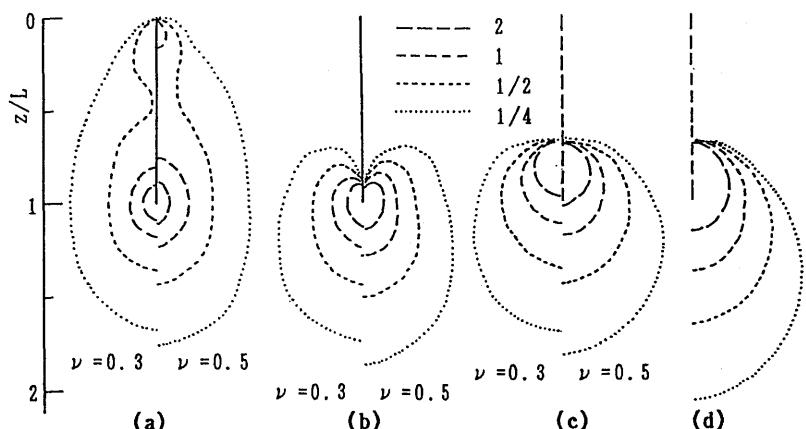


図-4 単杭における $C = \Delta\sigma_v (L^2/Q)$ の分布の比較

表-1 群杭の解析条件

杭長 L[m]	10	10	10
基礎スラブ寸法 $B[m] \times B[m]$	3×3	9×9	30×30
杭中心間隔 s[m]	3.0, 1.5, 1.0	1.5	1.5
杭本数 n^2	$2^2, 3^2, 4^2$	7^2	21^2
各杭の荷重条件*	図-3 (a) (b) (c) (d)	(a) (b)	(a) (b)
ポアソン比 ν	0.5	0.5	0.5

* 基礎スラブの全荷重を各杭に等分配、杭先端抵抗はゼロと仮定して省略。

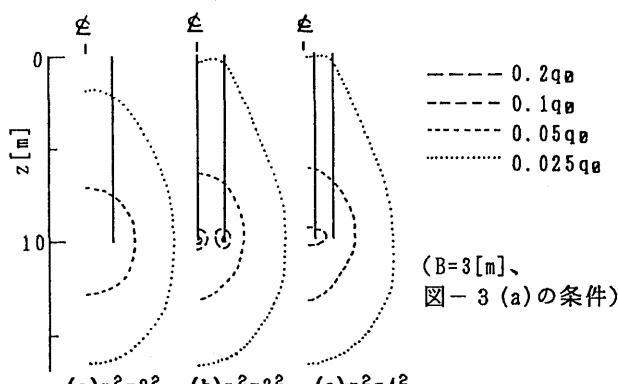


図-5 $\Delta\sigma_v$ の分布に及ぼす杭本数の影響

$L/2$ としたブシネスク解の結果により $z = 2L/3$ としたミンドリン解の結果が近似できる。

3.3 群杭

(1) 解析条件

載荷幅（すなわち基礎幅） B が杭長 L に比べて小さい場合、ほぼ等しい場合、大きい場合の群杭の $\Delta\sigma_v$ の

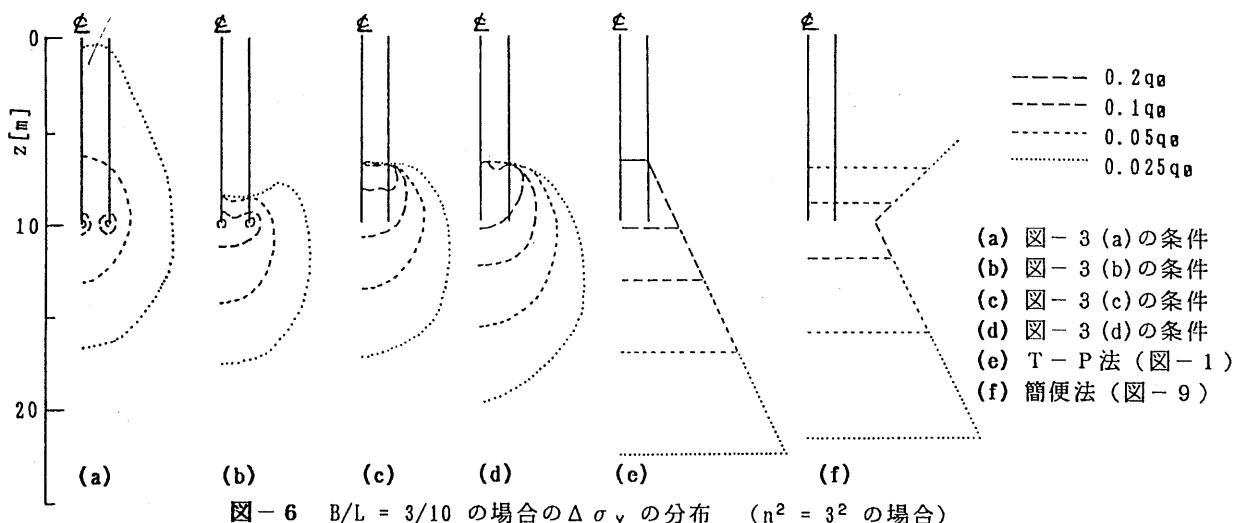


図-6 $B/L = 3/10$ の場合の $\Delta\sigma_v$ の分布 ($n^2 = 3^2$ の場合)

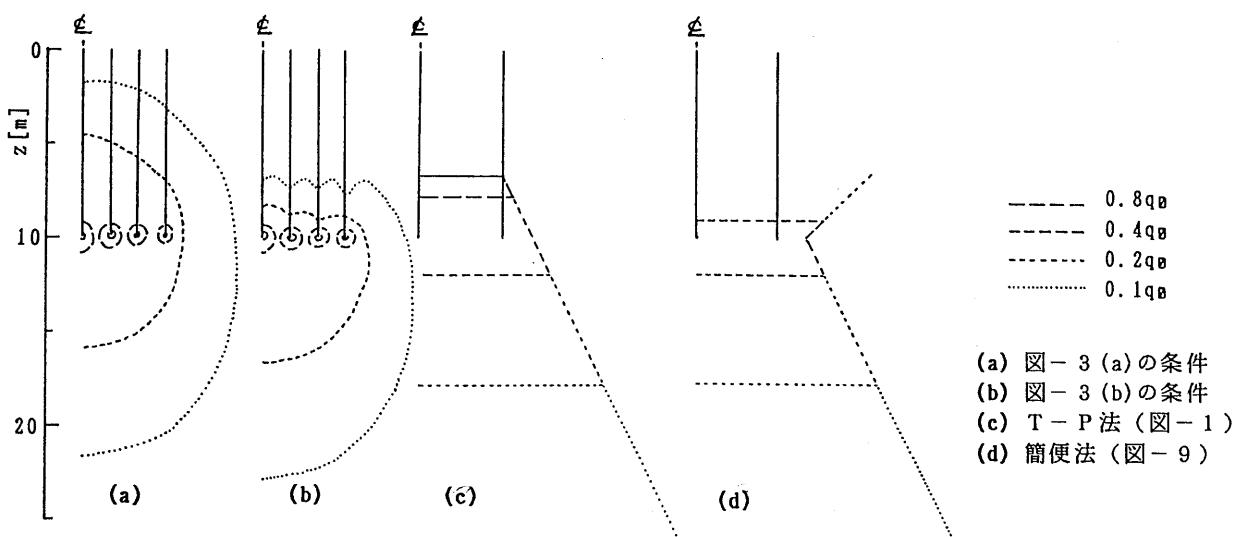


図-7 $B/L = 9/10$ の場合の $\Delta\sigma_v$ の分布

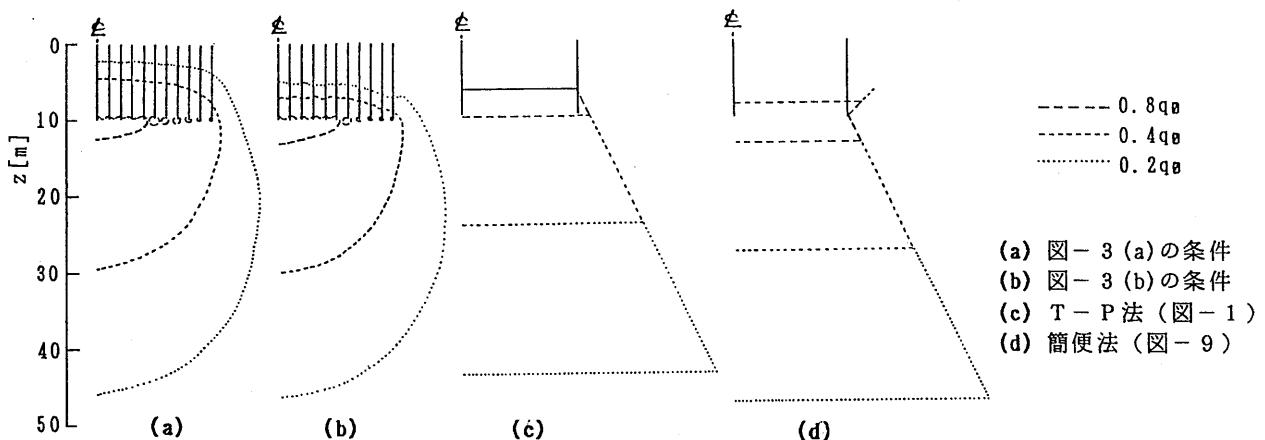


図-8 $B/L = 30/10$ の場合の $\Delta\sigma_v$ の分布

分布を検討するため、表-1にまとめた条件の解析を行った。 $B=3$ [m] の場合に、前節の単杭と同様に、群杭の場合の荷重分散効果と根入れ効果を調べるために、杭本数および荷重条件（ $2L/3$ の点での集中荷重によるミンドリン解およびブシネスク解）の影響を検討した。解析は、基礎スラブ中心を通る断面の格子上の多数の

点で $\Delta\sigma_v$ を計算し、その結果から等 $\Delta\sigma_v$ 線を求めた。ポアソン比 ν は、圧密沈下に対しては 0.3程度が妥当と考えられるが、安全側の 0.5とした。

(2) 杭本数の影響

紙面の都合で、図-3 (a) (周面力一定) の条件の結果のみを、図-5 に示す。 $\Delta\sigma_v$ の分布に及ぼす杭

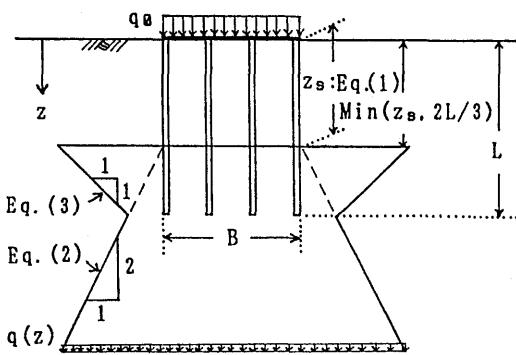


図-9 群杭の周面抵抗による鉛直応力増分分布の簡便推定法

本数の影響はほとんどないこと、すなわち杭本数增加による荷重分散効果はありませんこと、が分かる。他の荷重条件の場合も同様である。つまり、杭長を一定にした場合、弾性論の成り立つ範囲において、群杭の圧密沈下は、載荷幅によってほぼ決まり、杭本数にはあまり関係しない。したがって、杭長一定のまま、杭本数を増して支持力に対する安全率を必要以上に大きくしても、沈下はあまり減少しない。それよりも、杭長を長くするほうが、沈下減少に効果的である²⁾。

杭径の影響も考慮した群杭の即時沈下($\nu=0.5$)のパラメトリック・スタディによると、 s/d (=杭中心間隔/杭径)が約6以内で上記と同じ結論が得られており、またそれを支持する実物大実験例が示されている⁶⁾。

以上のこととは、 $s/d < 6$ の場合、杭体の存在を無視して基礎寸法と載荷重のみを考慮するT-P法のような簡便な方法により、より詳細なBEMとあまり変わらない精度で、群杭の圧密沈下だけでなく即時沈下も計算することが可能であることを示唆している。もちろん、そのためには地盤内の応力・ひずみの三次元的な分布のパターンを適切に考慮した近似化が前提条件となる⁸⁾¹¹⁾。

(3) 基礎幅/杭長(=B/L)の影響

図-6～8に、 $s=1.5[m]$ 、 $B=3, 9, 30[m]$ の解析結果を、T-P法(分散角 $\theta=\tan^{-1}(1/2)$)および次章でまとめる簡便法との比較も含めて示す。

これらの図から、T-P法は $2L/3 \leq z < L$ の範囲の $\Delta\sigma_v$ をかなり過大評価することが分かる。もともとT-P法は、杭先端レベル以深の圧密沈下を検討するものである¹⁾³⁾。先端抵抗をゼロと仮定しているにもかかわらず、杭先端レベル付近で $\Delta\sigma_v$ が最も大きいことに留意すべきである。杭先端抵抗も考慮すると、この傾向はさらに顕著になる。

また、杭先端レベル以深の基礎中心を通る軸上で $\Delta\sigma_v$ (すなわち、ある深度での最大値)に関しては、T-P法は B/L が小さい場合は過大評価するが、 B/L が大きくなり直接基礎に類似するにつれて過小評価する傾向が見られる。これは、荷重分散法をブシネスク解の上記最大値と比較すると、深度 B 程度より深い所では過小評価し適用性が良くなく⁵⁾、 B から $2B$ 付近でほぼ一致し、それ以深では過大評価するためである。

4. 簡便法

前章における計算のためのプログラミングは、さほど困難なものではない。したがって、基礎スラブの形状や杭の配置の条件に応じて、比較的容易に応力分布を直接計算できる。

概略計算が必要な場合のために、以下に簡便法をまとめてみる。単杭および群杭による考察に基づき、浮き杭における荷重の分散・根入れ効果および荷重分散法の特性を考慮して、次のような近似をする。

- ① $z \geq L$ の応力算定のための仮想載荷面の深度 z_s は、 B/L の関数とする。 $B/L=0$ で $z_s=L/2$ 、 $B/L=1$ で $z_s=2L/3$ 、 $z_s \leq L$ とする。分散角は安全側の $\theta = \tan^{-1}(1/2) = 26.6^\circ$ とする。
- ② $z < L$ においては、 $z_s \leq z < L$ (ただし $z_s \geq 2L/3$ の場合は $2L/3 \leq z < L$) の範囲を考慮し、 $z=L$ で①と一致し分散角は逆向きに倍の勾配 $\theta = \tan^{-1}(-1) = -45^\circ$ とする。

以上より、深度 z での鉛直応力増分 $q(z)$ は、次式で与えられる(図-9参照)。

$$z_s = (L/6)(3+B/L) \leq L \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$q(z) = q_0 [B/(B+z-z_s)]^2 \quad (\text{for } z \geq L) \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$q(z) = q_0 [B/(B+3L-2z-z_s)]^2 \quad (\text{for } \text{Min}(z_s, 2L/3) \leq z < L) \quad \dots \dots \dots (3)$$

図-6～8に、(1)～(3)式による応力分布も比較のために示したが、妥当なものになっているといえる。

なお、先端抵抗も考慮する場合は、基礎寸法の単位面積当たりの先端荷重 q_t を $z=L$ に載荷し $z \geq L$ に対して鉛直応力増分を計算すればよい。すなわち(2)式で $z_s=L$ 、 $q_0=q_t$ として値を求め、その値に(1)(2)式で q_0 を (q_0-q_t) に置き換えて求められる値を加えて、 $z \geq L$ の $q(z)$ を求めればよい。

5. あとがき

いわゆる摩擦杭を採用する場合には、群杭基礎としての沈下の検討が必要とされる。しかしながら、その検討法には、多くの問題点が残されている。必要とされる事項を自信を持って検討できない状況が、支持杭偏重の傾向に影響を及ぼしている要因の一つであるといえよう⁴⁾。既往の実測データをよく説明できるとともに、合理的かつ簡便な沈下計算法が必要とされる。その試みの一つとして、地盤内鉛直応力についての検討を行った。重要な結論の一つとして、摩擦杭の場合でも、杭先端レベルでの応力が最も大きくなる可能性があることが指摘される。

参考文献

- 1) Focht, Jr., J.A. & O'Neill, M.W.: Piles and other deep foundations, Proc. 11th ICSMFE, Vol. 1, pp. 187-209, 1985.
- 2) Terzaghi, K. & Peck, R.B.: Soil Mechanics in Engineering Practice, 2nd Ed., John Wiley & Sons, NY, pp. 548-550, 1967.
- 3) Peck, R.B.: Private correspondence, 1993.
- 4) Burland, J.B. et al.: Behaviour of foundations and structures, Proc. 9th ICSMFE, Vol. 2, pp. 495-546, 1977.
- 5) Bowles, J.E.: Foundation Analysis and Design, 4th Ed., McGraw-Hill Book, NY, pp. 242-243 & 828, 1988.
- 6) Poulos, H.G. and Davis, E.H.: Pile Foundation Analysis and Design, John Wiley & Sons, NY, pp. 83, 96 & 120-123, 1980.
- 7) 山本春行ほか: 杭の相互作用問題における地中変位の評価法, 構造工学論文集, Vol. 32B, pp. 29-38, 1986.
- 8) Tomlinson, M.J.: Foundation Design and Construction, 5th Ed., Longman Scientific & Technical, Harlow, UK, pp. 434-437, 1986.
- 9) Poulos, H.G.: Pile behaviour - theory and application, Geotechnique, Vol. 39, No. 3, pp. 365-415, 1989.
- 10) Geddes, J.D.: Stresses in foundation soils due to vertical subsurface loading, Geotechnique, Vol. 16, No. 3, pp. 231-255, 1966.
- 11) Poulos, H.G.: Settlement prediction for bored pile groups, Deep Foundations on Bored and Auger Piles, W.F. Van Impe(Ed.), Balkema, pp. 103-117, 1993.