

# レーリー波探査を用いた液状化危険度予測

## Liquefaction Potential Evaluation Using Rayleigh Wave Investigation

時松孝次 (ときまつ こうじ)  
東京工業大学助教授 工学部建築学科

桑山晋一 (くわやま しんいち)  
株式会社智務所

### 1. はじめに

原位置試験に基づいて砂質土の液状化強度を予測する方法として、標準貫入試験 $N$ 値やコーン貫入試験 $q_c$ 値を利用したものが広く使われている。しかし、これらの方法だけでは十分な予測が行えない場合もあると考えられる。例えば、住宅個別の、またはライフラインに沿う地盤の液状化危険度を検討するためには、より機動力と簡便性を備えた地盤調査法に基づく液状化危険度予測法が望まれる。

地表でボーリング孔なしに表層地盤のS波速度構造が求められるレーリー波探査<sup>1)</sup>は、迅速かつ簡便な調査法であることに加え、S波速度と液状化強度の良い相関関係が期待できることから、上記目的に対して有望な手段を提供する可能性がある。しかし、既往の探査は、計測条件や事後解析などに様々な問題点があり、得られた結果の信頼性は乏しいものであった。

筆者らは、上記問題点を解決する目的で、鉛直定常起振源から発する波を捕え、リアルタイムでレーリー波分散曲線、軌跡を求めることが可能な計測システムを作製するとともに、その有効性と適用限界を検討してきた。本報告では、これら一連のレーリー波計測解析システムの概要を紹介し、あわせて本システムを用いた液状化危険度予測の可能性について検討する。

### 2. レーリー波探査

レーリー波は地盤表面に沿って伝播する波であり、その振幅は地表付近で大きく、深さとともに減衰して、波長 $\lambda$ と同じ深度ではほぼ無視できるようになる。水平多層構造をもつ地盤を伝播するレーリー波は波長 $\lambda$ によりその速度(位相速度 $c$ )が変わる特

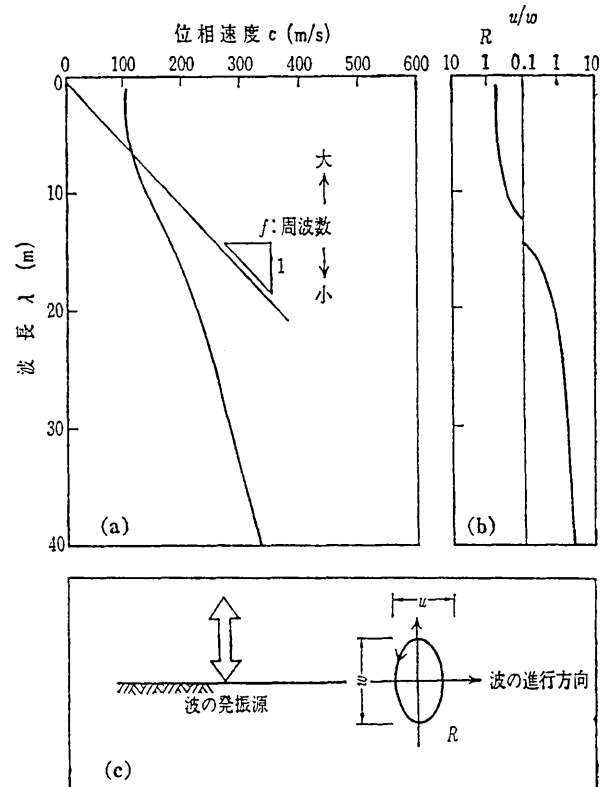


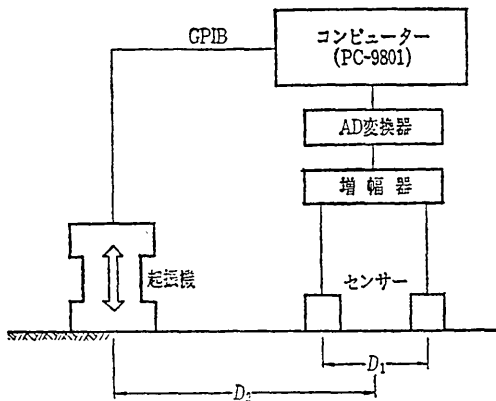
図-1 レーリー波分散曲線とレーリー波の軌跡

徴がある。これをレーリー波の分散性と呼び、その関係を図-1(a)の様に示したものをレーリー波分散曲線という。分散曲線の形状は地盤構造に依存して決まるが、一般的に右さがりの傾向となる。これは、波長 $\lambda$ が長くなるほど深い地盤構造の性質が反映されて位相速度 $c$ が大きくなるためである。なお位相速度 $c$ 、波長 $\lambda$ と周波数 $f$ の間には

$$c = f \cdot \lambda \dots \dots \dots (1)$$

なる関係があり、波長の長い(すなわち、深い地盤構造を反映した)波ほどその周波数が低くなる。

波の通過する地盤上の1点は進行方向に平行な垂直面内で楕円の軌跡を描いて動く(図-1(c))。波長や地盤構造に依存して、その形状は縦長または横長になり、回転方向も波の進行方向に向かって反時



図—2 レーリー波探査システム概要

計周り（逆回転）または時計周り（順回転）となる。そこで、軌跡の縦横振幅比（ $u/w$ ： $u$ は水平振幅， $w$ は鉛直振幅）でその形状を定義し、逆回転（Retrograde）に記号  $R$  を付して回転の方向を明確にする（図—1（b））。

レーリー波探査は以上の様な特徴を利用して、地盤構造を決定しようとするものである。このためには、起振機やハンマーを用いて地盤上の1点に鉛直方向の振動を起し、レーリー波の卓越した振動を発生させ、その分散曲線を地表で測定すればよい。

本研究では起振機を鉛直方向に定常振動させる方法を採用している。以下計測概要について説明する（口絵写真—3，図—2）。起振機（起振力 20 kgf または 250 kgf）を地盤表面に置き、その放射線上の2点にそれぞれ鉛直方向と放射線方向の振動を計測するセンサー各2個を配置する。2点間の距離を  $D_1$  とし、起振機とセンサー間中央までの距離を  $D_2$  とする。起振機を周波数  $f$  のサイン波で鉛直振動させ、2点間の波の通過時間  $\Delta t$  をセンサーで検出すれば、位相速度が次式から求まる。

$$c = D_1 / \Delta t \dots\dots\dots(2)$$

$\Delta t$  の計算は、測定される波が周波数  $f$  のサイン波であれば簡単であるが、実際にはノイズを含むため、スペクトル解析を行って2点の波のクロススペクトルより位相差  $\phi$  をまず求め、さらに次式より  $\Delta t$  を求める<sup>2)</sup>。

$$\Delta t = \phi / 2\pi f \dots\dots\dots(3)$$

以上より  $f$  と  $c$  が既知となるから、(1)式より波長  $\lambda$  が求まり、位相速度と波長の関係が定まる。このような操作を起振機の周波数  $f$  を変えて繰り返せば、図—1 に示すような分散曲線が得られる。

実際には測定波長  $\lambda$  と距離  $D_1, D_2$  の間の条件を、それぞれおよそ以下の経験式により定めている。

$$D_1 \geq \lambda / 16 \dots\dots\dots(4)$$

$$D_2 \geq \lambda / 4 \dots\dots\dots(5)$$

前者は位相速度算定に影響する2点間の波の位相差  $\phi$  の精度を保证するため、また後者は起振機近傍で卓越する実体波の影響を避けてレーリー波を確実に計測するための条件である<sup>3)</sup>。また  $D_1$  が波長  $\lambda$  より大きい時は  $\phi$  に  $2n\pi$  ( $n=1, 2, \dots$ ) を加える必要があり、また  $D_2$  を  $\lambda$  に対して大きくすると測定点が起振機から離れるため、測定波形のSN比が悪くなり、結果の信頼性が低下する。

上記の条件および表層地盤15~20mの構造を決める場合には波長40~60mまでの測定が必要となることを考慮すれば、距離  $D_1, D_2$  の組み合わせを例えば (1m, 2m) および (4m, 10m) と2回かえて計測することになる。この時、起振周波数  $f$  は、通常短い波長に対して数十 Hz ないし 100 Hz、長い波長に対して数 Hz ないし 10 Hz 程度となる。

なお、分散曲線の算定と同時に、計測点の軌跡の縦横振幅比や回転の方向を、鉛直水平両センサーで観測された波形より算出している。

本研究では上記の計測制御解析をパーソナルコンピュータを用いて行っている（図—2）。起振機の周波数はコンピュータより GPIB を通して制御し、測定波形は増幅器、AD 変換器を通してコンピュータに取り込まれ解析され、測定波形、軌跡、スペクトル解析結果、位相速度および軌跡の縦横振幅比と波長の関係などがリアルタイムで CRT に表示される（口絵写真—4）。

### 3. 分散曲線からS波構造の決定

測定された分散曲線から地盤のS波速度構造を決定するためには、弾性波動論に基づく逆解析<sup>4)</sup>が必要となる。いま、計測の結果、周波数  $f_i$  と位相速度  $c_{ei}$  が  $I$  組求められているとする。一方、Haskell (ハスケル) の理論<sup>5)</sup> では、 $N$  層からなる地盤の各層の層厚  $H$ 、密度  $\rho$ 、P波速度  $V_p$ 、S波速度  $V_s$  が与えられれば、対応する周波数  $f_i$  での理論位相速度  $c_i$  は次式で与えられる。

$$c_i = F(f_i : a_1, a_2, \dots, a_J) \dots\dots\dots(6)$$

ここに、 $a$  は  $H, \rho, V_p, V_s$  などの地盤定数、また  $J$

層厚	密度	P波速度	S波速度	
1	$H_1^*$	$\rho_1$	$V_{p1}$	$V_{s1}^*$
2	$H_2^*$	$\rho_2$	$V_{p2}$	$V_{s2}^*$
...				
n	—	$\rho_n$	$V_{pn}$	$V_{sn}^*$

\* 逆解析で実際に求める地盤定数

図—3 水平多層構造モデル

はその総数で  $4N-1$  (第N層は、半無限弾性体) である (図—3 参照)。

以下、非線形最適化法を用いて理論分散曲線が測定分散曲線と一致するような各地盤定数を求める。この最適化は、次式で与えられる残差平方和  $S$  を極小とすることとなる。

$$S = \sum (c_{ei} - c_i)^2 \dots\dots\dots(7)$$

まず、 $\bar{A}$  を  $J$  個の地盤定数  $a$  を要素とするベクトルとし、各要素の初期値を仮定し、次に、(6)式より測定周波数に対応する  $I$  個の理論位相速度  $c_i$  を計算する。 $\bar{P}$  を  $\partial c_i / \partial a_j$  を要素とする  $I$  行  $J$  列の行列、 $\bar{D}$  を  $J$  個の  $a$  の補正量を要素とするベクトル、 $\bar{C}$  を  $I$  個の残差を要素とするベクトルとすると、 $\bar{D}$  は次式で求められる。

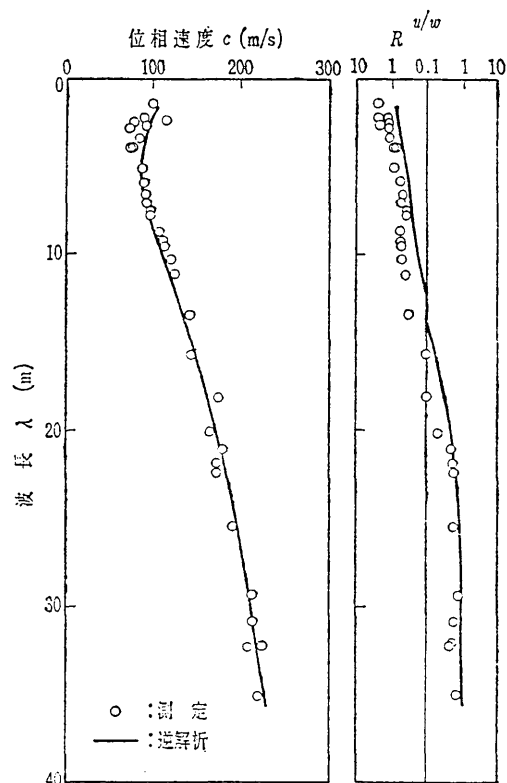
$$\bar{P}^T \bar{P} \bar{D} = \bar{P}^T \bar{C} \dots\dots\dots(8)$$

次に、各地盤定数を、次式によって修正する。

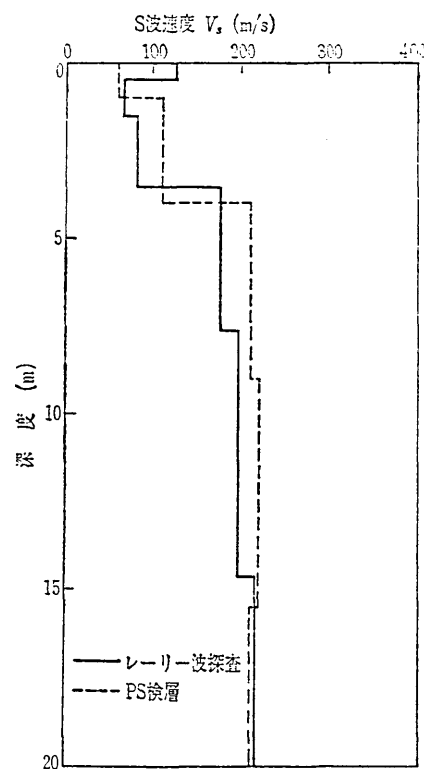
$$\bar{A} = \bar{A} + \mu \bar{D} \dots\dots\dots(9)$$

ここに  $\mu$  は最適な定数である。以上の操作を繰り返していき、最終的に残差平方和  $S$  を最小とする地盤定数をもって求める地盤構造とした。なお、観測値のばらつきを考慮して(8)式を解くためには  $I \gg J$  であることが必要である。また、解析では高次モードのレーリー波の影響も考慮している。

本研究では、密度、P波速度の値の変化が位相速度に与える影響が工学的に無視できるので、層厚、S波速度のみを求める定数としている。なお、密度、P波速度はS波速度との対応関係を考慮して仮定した。したがって、実際に求めるべき地盤定数の総数  $J$  は  $2N-1$  となる。更に、他の調査法によって、地盤の層厚が既知の場合は、総数  $J$  を  $N$  まで減じることにも可能である。しかし、本手法のように、S波速度と層厚の両方に自由度を与えて解くことにより、



図—4 測定分散曲線と逆解析で求めた分散曲線の比較



図—5 レーリー波探査およびPS検層から求めたS波速度構造の比較

S波速度が急激に変化する層境界を解析的に検出できる。

このような逆解析では常に解の唯一性が問題となる。そこで、求められたS波速度構造の妥当性を確

認するため、その地盤構造に対して別途求められる理論軌跡を測定軌跡と比較して結果の妥当性を吟味している。

図—4は新潟市上所で行ったレーリ—波探査の測定分散曲線と軌跡の縦横振幅比を丸印で示し、逆解析で得られた結果(実線)と比較している。測定分散曲線に逆解析で得られた分散曲線が良く一致していることは、逆解析が適切に行われたことを示している。測定および理論で求められた軌跡も、波長15m程度まで逆回転、それ以上で順回転となっている点を含めて良い対応が認められる。図—5は逆解析から求められた地盤構造をPS検層結果と比較している。図より、信頼できる分散曲線が測定でき、かつ逆解析が適切に行えれば、PS検層と同程度の精度で地盤構造が決定できることが示唆される。

#### 4. S波速度と液状化強度

求められたS波速度から液状化危険度を予測するためにはS波速度と液状化強度の関係が必要となる。S波速度は弾性せん断剛性と次式の関係がある。

$$G_0 = \rho V_s^2 \dots\dots\dots(10)$$

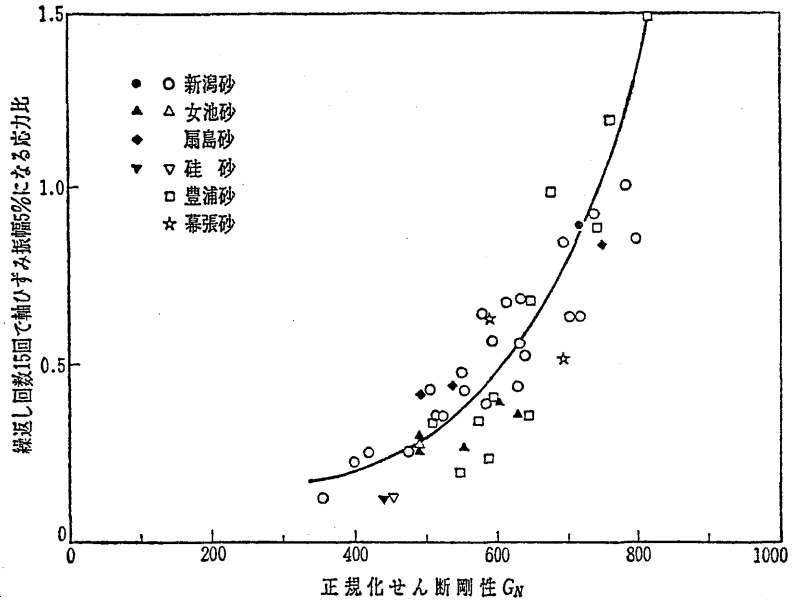
ここで、 $\rho$ は土の単位体積質量である。

過去の研究より、弾性せん断剛性と液状化強度の関係は砂の種類や拘束圧の影響を受けることが分かっている。そこで、これらの影響を取り除くため、次式により弾性せん断剛性を正規化する<sup>6)</sup>。

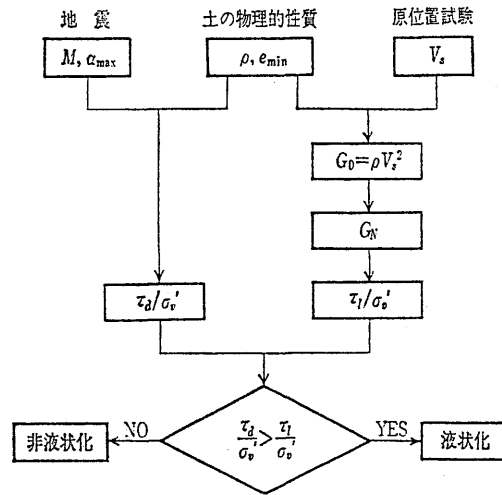
$$G_N = G_0 / \{F(e_{min})(\sigma'_m)^n\} \dots\dots\dots(11)$$

ここで、 $F(e) = (2.17 - e)^2 / (1 + e)$ 、 $e_{min}$ は対象とする土の最小間隙比、 $n$ は定数でおよそ0.5である。

図—6は筆者らが過去に行った液状化試験結果<sup>7),8)</sup>に基づいて、正規化せん断剛性と液状化強度の関係を示している。液状化強度は繰返し回数15回で軸ひずみ両振幅が5%になる応力比をもって表した。図中の黒塗り印は原位置凍結法により採取した乱さない試料であり、それ以外の試料は室内で詰め直したものである。また、試験時の試料の拘束圧 $\sigma'_m$ は0.37~2.0 kgf/cm<sup>2</sup>である。砂の種類や拘束圧にかかわらず正規化せん断剛性と液状化強度の間に実線で示されるような比較的良好な相関が認められ



図—6 正規化せん断剛性と液状化強度の関係



図—7 S波速度に基づく液状化危険度予測のフローチャート

る。

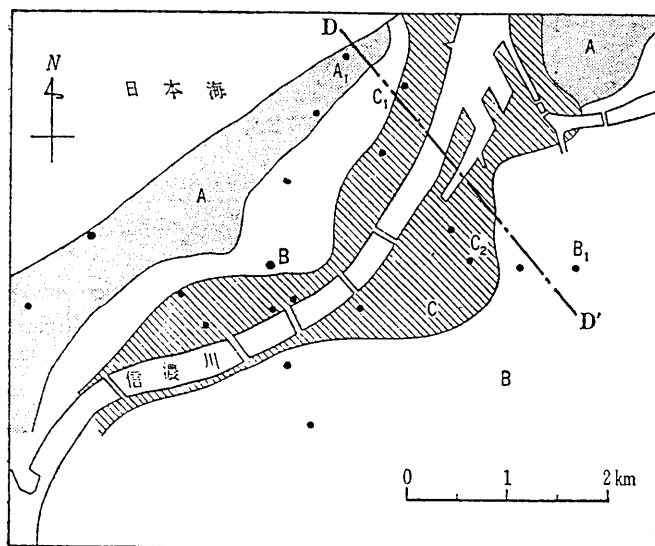
上記の結果から、S波速度を用いて地震時の液状化危険度を推定する方法がN値を用いた評価法になって以下のように導ける。図—7はそのフローチャートである。

- ① 地盤内各深度の地震時せん断応力比 $\tau_d/\sigma'_v$ を次式より算定する。

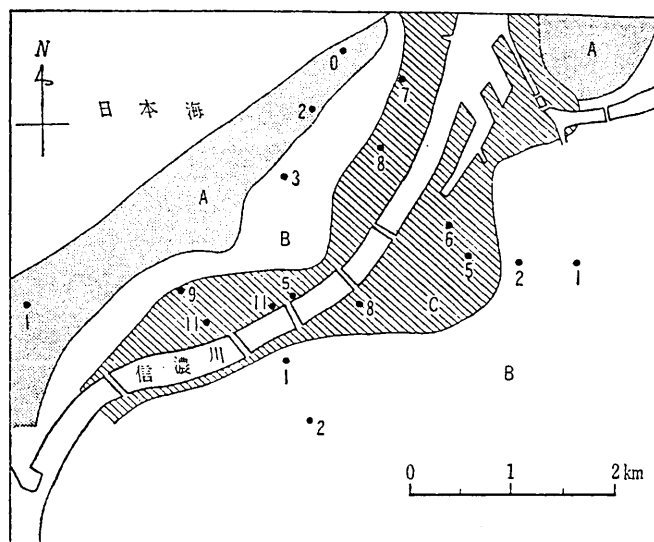
$$\frac{\tau_d}{\sigma'_v} = 0.65 \frac{\alpha_{max}}{g} \frac{\sigma_v}{\sigma'_v}, r_d \dots\dots\dots(12)$$

ここに、 $\alpha_{max}$ は地表面最大加速度、 $\sigma_v$ 、 $\sigma'_v$ は対応する深度の全応力および有効応力、 $r_d$ は深度による低減係数である。

- ② 地盤のS波速度、最小間隙比をもとに、(11)式より各深度の正規化せん断剛性 $G_N$ を算定する。



図—8 新潟市内の調査地点図



図—10 レーリー波探査から求めた液状化層厚と実被害の対応

- ③ 正規化せん断剛性に基ついて図—6 から液状化強度を求める。
- ④ 地震時せん断応力比と液状化強度を比較し各深度の安全率  $FL$  を算定する。

### 5. 震害事例との比較

上記手法の妥当性を検討するため、1964年の新潟地震において液状化被害の分かっている新潟市内の10数地点で現地調査を行った。調査地点は図—8に示すとおりである。図のA, B, Cの分類は、地震時の被害ランクに対応し、A→B→Cの順に被害が大きかった地区を示している。

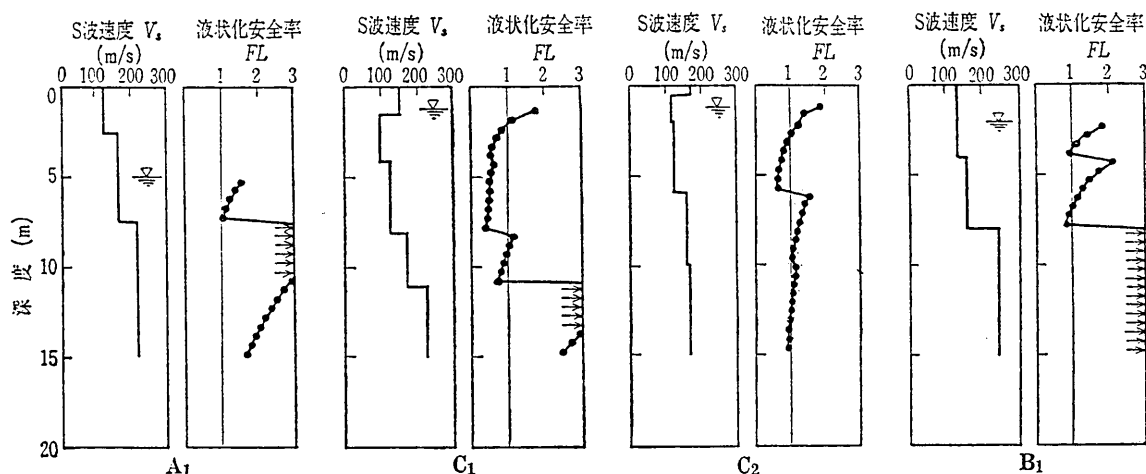
図—9は、図—8のD—D'断面に沿う4点で測定されたレーリー波探査結果から求めたS波速度断面、および、S波速度断面から求めた液状化危険度判定結果である。計算には地表面加速度 160 gal,

$e_{min}=0.65$  を用いている。安全率が1以下の層厚が、信濃川兩岸のC地区内に位置する  $C_1$ ,  $C_2$  点で厚くなっていることが分かる。なお、近隣のボーリング柱状図等から、いずれの測定地点でも深度20m前後まで砂層が卓越していることを確認している。

同様の方法で各地点について液状化危険度を算定し、安全率が1以下の層厚をm単位で表したものを図—10に示す。安全率が1以下の層厚は、C地区で5m以上、B地区で1~3m、A地区で0~2mとなっており、液状化被害の大小が判定結果に反映されていることが分かる。

### 6. まとめ

地表面で行う調査に基ついて表層地盤のS波速度構造を求めることが可能なレーリー波探査法を紹介



図—9 レーリー波探査から求めたS波速度構造と液状化危険度

し、その信頼性向上のために必要な、センサー間距離と起振源距離の条件、弾性波動論に基づく逆解析の概要、および軌跡計測の重要性を述べた。さらに、レーリー波探査に基づく液状化危険度予測法を提案し、その有効性を実被害例と比較検討することにより示した。

本手法は地表探査だけに基ついた予測であるから、その信頼性は既往の調査法に比べると劣る可能性もあり、また、土の特性は別途知る必要もある。しかし、その迅速性と簡便さを考慮すれば既往の調査法との併用や補間さらには事前調査や施工管理として有効利用できる可能性を持つ。今後、種々の改善を行い、これらの問題への適用性について検討していくつもりである。

#### 参 考 文 献

- 1) Stokoe, K.H. II and Nazarian, S.: In situ shear wave velocity from spectral analysis of surface waves, 8th World Conference on Earthquake Engineering, Vol. 3, pp. 31~38, 1984.
- 2) 田中・時松・桑山：S波速度構造同定のためのレー

リー波探査システム，第24回土質工学研究発表会第1分冊，pp. 701~702, 1989.

- 3) 桑山・時松・宮寺：S波速度構造同定のためのレーリー波探査システム(その2)，第25回土質工学研究発表会，1990.
  - 4) 田村・時松・大岡：レーリー波分散曲線の逆解析によるS波速度構造の同定，日本建築学会大会学術講演梗概集，pp. 1383~1389, 1989.
  - 5) Haskell, N.A.: The Dispersion of surface wave on multilayered media, Bulletin of Seismological Society of America, Vol. 43, No. 1, pp. 17~34, 1953.
  - 6) Tokimatsu, K. and Uchida, A.: Correlation between liquefaction resistance and shear wave velocity, Soils and Foundations, Vol. 30, No. 2, 1990.
  - 7) Yoshimi, Y., Tokimatsu, K. and Hosaka, Y.: Evaluation of liquefaction resistance of clean sands based on high-quality undisturbed samples, Soils and Foundations, Vol. 29, No. 1, pp. 93~104, 1989.
  - 8) 時松・内田・有泉：サンドコンパクションパイルを用いて改良した砂地盤の液状化強度，第33回土質工学シンポジウム論文集，pp. 19~22, 1988.
- (原稿受理 1990. 3. 8)