

繰返し軸荷重を受ける粘土中の杭の変位応答

DISPLACEMENT RESPONSE OF PILES IN CLAY SUBJECTED TO CYCLIC AXIAL LOADS

稲 国 芳*, 岸 田 英 明**
Kuniyoshi INA and Hideaki KISHIDA

A closed-form solution is proposed to estimate the displacement of single piles in clay under one-way cyclic axial loads. This solution is an application of a creep displacement equation of piles under constant loads. The concept of equivalent creep load allows the solution to include the effects of both the characteristics of cyclic load and the mechanical properties of clay. The accumulated displacement under a cyclic load corresponds to the displacement due to the equivalent creep load.

The results of model tests proved that the solution is useful in explaining the displacement of piles in clay under one-way cyclic axial loads.

Keywords : pile, cyclic load, creep, displacement, clay, loading test
杭, 繰返し荷重, クリープ, 変位, 粘土, 載荷試験

1. はじめに

杭は、地震、風、波浪などの作用により、しばしば繰返し軸荷重（以後、軸荷重は荷重と呼ぶ）を受ける。問題を簡単にするため波形を正弦波と仮定すると、杭に作用する繰返し荷重 (Q_{cyc}) は、時間 (t) の関数として以下のように表せる。

$$Q_{cyc} = Q_{ave} + Q_{amp} \cdot \sin(2\pi t/T) \cdots \cdots (1)$$

ここに、 Q_{ave} は平均荷重、 Q_{amp} は荷重振幅、 T は周期である。式 (1) で表される繰返し荷重は、 Q_{ave} と Q_{amp} の相対的な大きさにより、一方向載荷 ($Q_{ave} > Q_{amp}$) と二方向載荷 ($Q_{ave} < Q_{amp}$) に分類できるが、本論は、一方向の規則的な繰返し荷重を受ける粘土中の単杭の変位応答について論じたものである。

一方向の規則的な繰返し荷重を受ける粘土中の杭に関する既往の研究^{1)~5)}は、主に実験的な手法によって行われてきた。これらの研究では、個々のケースに対する杭の安定性の確認を主目的としており、繰返し荷重の最大値が静的載荷試験から得られる極限荷重の75~80%を超えると、杭は破壊に至る場合があることが報告されている。一方、破壊に至ることはない荷重レベルにおいても、杭の変位は繰返し回数とともに累積することが観察されている。しかしながら、繰返し荷重を受ける杭の変位応答は様々な要因に支配される複雑な現象であるため、その評価方法はいまだに提案されていないのが現状

である。

繰返し荷重を受ける杭の変位応答は、それを支える地盤の力学的特性に大きく依存する。地盤材料としての粘土の力学的特性は、その顕著な時間依存性挙動で特徴づけられる。すなわち、粘土中の杭に一定荷重を加えた時に発生する変位は、載荷と同時に生じる即時変位と時間経過に伴って生じるクリープ変位である。したがって、一定荷重を受ける粘土中の杭の変位とは、この2つの変位成分の和のことである。一方、式 (1) で荷重振幅が小さくなる場合を想定すると、その極限において繰返し荷重は一定値 ($=Q_{ave}$) となる。すなわち、杭に作用する一定荷重は一方向の規則的な繰返し荷重の特殊な場合に相当する。このことは、一方向の繰返し荷重を受ける杭の変位応答も、一定荷重を受ける場合と同様、その変動する荷重に対応した即時変位成分とクリープ変位成分の和として求められる可能性を示唆している。

本研究は、以上のことを踏まえ、一定荷重を受ける粘土中の杭の即時変位応答式およびクリープ変位応答式を拡張することにより、一方向の規則的な繰返し荷重を受ける杭の変位応答の解析解（閉解）を誘導したものである。

以下では、第2章において、解の誘導過程を示す。この解の妥当性を検証するため、筆者らは模型実験および現場実験を行ってきた。第3章と第4章は、模型実験の

* ジオトップ

** 東京工業大学 教授・工博

Geotop Corporation

Prof., Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

概要とその解析結果について述べたものである。なお、現場実験結果は別の機会に報告する予定である。

2. 解析解

2.1 基本的な仮定

解析の前提として以下の(1)(2)に示す①～⑤を仮定する。杭に作用する繰返し荷重は、規則波による一方向載荷で、慣性力の効果が無視できる準静的な場合を考える。規則的な繰返し荷重は当初、起点である平均値(Q_{ave})から増加し始める場合と減少し始める場合があるが、ここでの検討対象は、後述の図-2に示すように、増加し始める場合である。

(1) 一定荷重を受ける杭の変位応答に関する仮定

冒頭で述べたように、杭に作用する一定荷重は一方向の規則的な繰返し荷重の特殊な場合に相当する。したがって、繰返し荷重を受ける粘土中の杭の変位応答の解析解を求めるには、まず、一定荷重を受ける場合に生じる杭の即時変位とクリープ変位を定量的に表す必要がある。これらについては、既往の研究を参考にして以下のように仮定する。

① 杭に作用する荷重(Q)と即時変位(S_i)の関係は、以下に示す双曲線モデルで表せるものとする。

$$Q = S_i / (a + b \cdot S_i) \dots \dots \dots (2)$$

ここに、 a 、 b は杭の即時変位パラメーターである。双曲線モデルは、Chin⁶⁾やYamaguchi⁷⁾によって、杭の荷重～変位関係を表す近似曲線として用いられている。

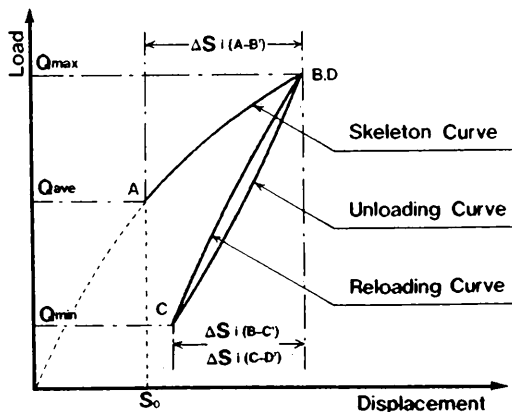


図-1 Masing 則でモデル化された繰返し荷重～即時変位応答曲線

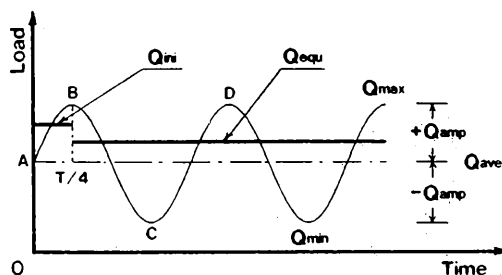


図-2 繰返し荷重に対応する等価クリープ荷重 (Q_{ini} , Q_{equ})

② クリープ変位は杭を支える粘土のクリープ変形に起因するので、杭の変位速度 (dS/dt) は粘土のクリープモデル⁸⁾によって以下のように表せるものとする。

$$dS/dt = B_1 \cdot \exp(\beta \cdot Q) \cdot (t_1/t)^n \dots \dots \dots (3)$$

ここに、 B_1 、 β 、 n は杭のクリープ変位パラメーター、 t は時間、 t_1 は B_1 を定義する際の基準時間である。 Q を荷重とすると、 β の単位は荷重の逆数となる。 n は無次元量であり、 B_1 は $t=t_1$ および $Q=0$ における仮想変位速度である。

式(3)を積分することにより、一定荷重を受ける杭の変位～時間応答式が得られる。すなわち、 $n \neq 1$ の場合、

$$S = \frac{B_1 \cdot t_1 \cdot \exp(\beta \cdot Q)}{1-n} \cdot \left(\frac{t}{t_1}\right)^{1-n} + C_1 \dots \dots \dots (4)$$

式(4)の積分定数(C_1)は、 $t=0$ のときの変位、すなわち杭の即時変位(式(2))に対応する。したがって、一定荷重を受ける粘土中の杭の変位は、時間に依存しない即時変位と時間に依存するクリープ変位の和として表される。式(4)は、 t_1 を単位時間(=1)に設定すると粘土中の杭のクリープ変位を表す Edil ら⁹⁾の実験式に対応する。

(2) 繰返し荷重を受ける杭の変位応答に関する仮定

繰返し荷重を受ける杭の変位応答の解析解の誘導にあたっては、新たに以下のような仮定を設ける。

③ 杭の変位は、繰返し荷重に対応した即時変位成分とクリープ変位成分の和として表せるものとする。

④ 繰返し荷重～即時変位応答は、式(2)を骨格曲線とし、これに Masing 則¹⁰⁾を適用した除荷・再載荷曲線(図-1)で表せるものとする。

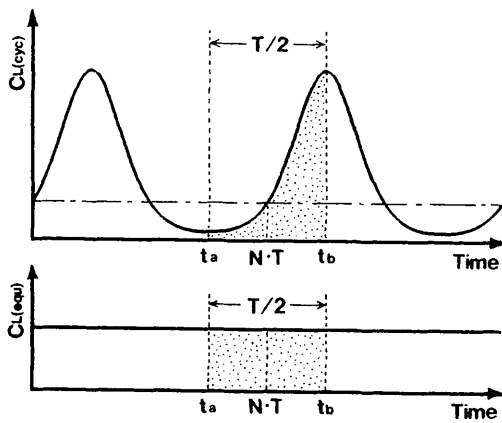
⑤ クリープ変位は、繰返し荷重に対応した「等価クリープ荷重」(図-2の Q_{ini} , Q_{equ})によって評価できるものとする。

以下、本節の終わりまでにおいて、筆者らが新しく提案する「等価クリープ荷重」の概念について詳しく述べる。なお、杭に作用する繰返し荷重は、式(1)で表される正弦波を考える。

規則的な繰返し荷重下においても杭には、平均値としての荷重(Q_{ave})が作用するため、一定荷重下の場合と同様、クリープ変位の発生が予想される。しかしながら、繰返し荷重下における杭のクリープ変位は、単に作用する荷重の平均値に起因するものとして評価できるかどうかは不明である。そこで、変動する荷重の作用によって杭に累積するクリープ変位と等しい効果をもたらすある一定の荷重、すなわち等価クリープ荷重(Q_{equ})の存在を仮定する。等価クリープ荷重による杭のクリープ変位速度(dS_{equ}/dt)は、式(3)より、以下になる。

$$\begin{aligned} dS_{equ}/dt &= B_1 \cdot \exp(\beta \cdot Q_{equ}) \cdot (t_1/t)^n \\ &= B_1 \cdot C_{Lequ} \cdot C_T \dots \dots \dots (5) \end{aligned}$$

ここに、 $C_{Lequ} = \exp(\beta \cdot Q_{equ})$ 、 $C_T = (t_1/t)^n$ 、 B_1 は前述



図—3 繰返し荷重による荷重係数 ($C_{L(cyc)}$) と等価クリープ荷重による荷重係数 ($C_{L(equ)}$)

の仮想変位速度である。式 (5) で表される杭のクリープ変位速度は、荷重値に依存する荷重係数 ($C_{L(equ)}$) と時間経過により変化する時間係数 (C_T) の両者を、この仮想変位速度 (B_1) に乗じたものである。

一方、式 (3) は、一定荷重に対して用いられる関係式であるが、変動する荷重に対しても適用可能であるものと仮定すると、式 (1) で表される荷重 (Q_{cyc}) による杭のクリープ変位速度 (dS_{cyc}/dt) は、以下のようになる。

$$\begin{aligned} dS_{cyc}/dt &= B_1 \cdot \exp(\beta \cdot Q_{cyc}) \cdot (t_1/t)^n \\ &= B_1 \cdot C_{L(cyc)} \cdot C_T \dots \dots \dots (6) \end{aligned}$$

ここに、 $C_{L(cyc)} = \exp(\beta \cdot (Q_{ave} + Q_{amp} \cdot \sin(2\pi t/T)))$ である。式 (5) (6) の比較より、両式の差異は以下の荷重係数の違いに帰せられる。

$$\begin{aligned} C_{L(equ)} &= \exp(\beta \cdot Q_{equ}) \dots \dots \dots (7) \\ C_{L(cyc)} &= \exp(\beta \cdot (Q_{ave} + Q_{amp} \cdot \sin(2\pi t/T))) \dots \dots \dots (8) \end{aligned}$$

$C_{L(equ)}$ の値は、経過時間とは無関係で、一定であるが、 $C_{L(cyc)}$ は式 (1) と同じ周期をもつ関数となる (図—3)。そこで、等価クリープ荷重による荷重係数 $C_{L(equ)}$ は、

図—3 に示すように、任意の繰返し回数 (N) の半周期 ($t_a \leq t \leq t_b$, $t_a = N \cdot T - T/4$, $t_b = N \cdot T + T/4$) における $C_{L(cyc)}$ の平均値として、以下のように求められる。

$$\int_{N \cdot T - T/4}^{N \cdot T + T/4} C_{L(equ)} \cdot dt = \int_{N \cdot T - T/4}^{N \cdot T + T/4} C_{L(cyc)} \cdot dt \dots \dots \dots (9)$$

等価クリープ荷重 (Q_{equ}) は、式 (9) に式 (7) (8) を代入し、置換積分法の適用によって、以下のように得られる。

$$Q_{equ} = Q_{ave} + \frac{1}{\beta} \ln \left(\frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp(\beta \cdot Q_{amp} \cdot \sin(x)) \cdot dx \right) \dots \dots \dots (10)$$

図—3 から明らかであるが、式 (10) より、等価クリープ荷重は、繰返し回数 (N) や周期 (T) には無関係で、荷重条件 (Q_{ave} , Q_{amp}) とクリープ変位パラメーター (β) のみにより一義的に決定される。

式 (10) に示された等価クリープ荷重は、 $Q_{amp} = 0$ の場合、右辺第二項がゼロとなり、 $Q_{equ} = Q_{ave}$ となる。これは一定荷重載荷の場合に相当する。 $Q_{amp} \neq 0$ の場合、 $\beta > 0$ なので、 $Q_{equ} > Q_{ave}$ となることがわかる。表—1 の左欄に、上記の正弦波の場合を含め、代表的な波形の等価クリープ荷重 (Q_{equ}) の算出結果を示す。これらはいずれも、平均荷重項 (Q_{ave}) と $\beta \cdot Q_{amp}$ の関数である λ を含む荷重項 ($1/\beta \cdot \ln(\lambda)$) の和として表される。 λ は、 $Q_{amp} \rightarrow 0$ の場合、いずれも $\lambda \rightarrow 1$ となる。 λ の意味については、以下において考察する。

繰返し載荷による等価な杭の変位速度は、得られた等価クリープ荷重 ($Q_{equ} = Q_{ave} + 1/\beta \cdot \ln(\lambda)$) を式 (5) に代入することにより、以下ようになる。

$$dS_{equ}/dt = \lambda \cdot B_1 \cdot \exp(\beta \cdot Q_{ave}) \cdot (t_1/t)^n \dots \dots (11)$$

したがって、繰返し載荷による等価な杭の変位～時間応答式は、式 (11) を積分することにより、 $n \neq 1$ の場合、以下のように得られる。

表—1 代表的な繰返し荷重波形の等価クリープ荷重

Equivalent Creep Loads	Equivalent Creep Load (Q_{equ})	Equivalent Creep Load (Q_{ini})
Cyclic Load Shapes	$Q_{equ} = Q_{ave} + \frac{1}{\beta} \ln(\lambda)$	$Q_{ini} = Q_{ave} + \frac{1}{\beta} \ln(\mu)$
Sinusoidal	$\lambda = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp(\beta \cdot Q_{amp} \cdot \sin(x)) \cdot dx$	$\mu = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \exp(\beta \cdot Q_{amp} \cdot \sin(x)) \cdot dx$
Triangular	$\lambda = \frac{\sinh(\beta \cdot Q_{amp})}{\beta \cdot Q_{amp}}$	$\mu = \frac{\exp(\beta \cdot Q_{amp}) - 1}{\beta \cdot Q_{amp}}$
Rectangular	$\lambda = \cosh(\beta \cdot Q_{amp})$	$\mu = \exp(\beta \cdot Q_{amp})$
Trapezoidal	$\lambda = (1-e) \cdot \cosh(\beta \cdot Q_{amp}) + e \cdot \frac{\sinh(\beta \cdot Q_{amp})}{\beta \cdot Q_{amp}}$	$\mu = (1-e) \cdot \exp(\beta \cdot Q_{amp}) + e \cdot \frac{\exp(\beta \cdot Q_{amp}) - 1}{\beta \cdot Q_{amp}}$
	e : Load Shape Factor ($0 \leq e \leq 1$) e = 0 : Rectangular e = 1 : Triangular	

$$S_{\text{equ}} = \frac{\lambda \cdot B_1 \cdot t_1 \cdot \exp(\beta \cdot Q_{\text{ave}})}{1-n} \cdot \left(\frac{t}{t_1}\right)^{1-n} + C_2 \quad \dots\dots\dots(12)$$

ここに、 C_2 は積分定数である。式(3)(4)との比較より、式(11)(12)は式(3)(4)の拡張となっていることがわかる。そこで λ は、規則的な繰返し载荷における杭のクリープ変位が一定荷重载荷における杭のクリープ変位の何倍になるかを示すもので、クリープ変位の応答倍率と解釈できる。

これまでに得られた等価クリープ荷重(Q_{equ})は、最小荷重と最大荷重間の任意の半周期を対象としたものであり、図-2に示すように、繰返し载荷開始直後における四半周期間の等価クリープ荷重(Q_{ini})は別途求める必要がある。これらの算出仮定と方法は、半周期を対象とした等価クリープ荷重(Q_{equ})の場合と基本的に変わるものではない。ゆえに、算出結果だけを表-1の右欄に示す。四半周期間の等価クリープ荷重(Q_{ini})は、 Q_{equ} と同様、平均荷重項(Q_{ave})と $\beta \cdot Q_{\text{amp}}$ の関数である μ を含む荷重項($1/\beta \cdot \ln(\mu)$)の和として表される。 λ と同様に μ は、 $Q_{\text{amp}} \rightarrow 0$ の場合、いずれも $\mu \rightarrow 1$ となり、クリープ変位の応答倍率となる。

2.2 解析解の誘導

2.1の(2)の仮定③、④(図-1)、⑤(図-2、表-1)より、粘土中の杭の繰返し荷重～変位応答曲線は、初期の四半サイクルまでは骨格曲線と等価クリープ荷重(Q_{ini})によるクリープ変位の組み合わせにより、四半サイクル以降は除荷・再载荷曲線と等価クリープ荷重(Q_{equ})によるクリープ変位の組み合わせで構成できる。

これをさらに詳しく解説したのが図-4と表-2である。すなわち、図-4のA点(Q_{ave})から出発した荷重は、四半サイクル後にB点(Q_{max})に至るが、この間(A-B)の変位増分($\Delta S_{(A-B)}$)は、即時変位増分($\Delta S_{i(A-B')}$)とクリープ変位増分($\Delta S_{d(B'-B)}$)の和として、以下のように求められる。

$$\Delta S_{(A-B)} = \Delta S_{i(A-B')} + \Delta S_{d(B'-B)} \quad \dots\dots\dots(13)$$

$\Delta S_{i(A-B')}$ は、図-1の骨格曲線(式(2))から、以下のように求められる。

$$\Delta S_{i(A-B')} = \frac{a \cdot Q_{\text{max}}}{1-b \cdot Q_{\text{max}}} - \frac{a \cdot Q_{\text{ave}}}{1-b \cdot Q_{\text{ave}}} \quad \dots\dots\dots(14)$$

$\Delta S_{d(B'-B)}$ は、等価クリープ荷重(Q_{ini})による、この間($0 \leq t \leq T/4$)のクリープ変位量として、式(3)を用いることにより、以下のように得られる。

$$\Delta S_{d(B'-B)} = \int_0^{T/4} B_1 \cdot \exp(\beta \cdot Q_{\text{ini}}) \cdot (t_1/t)^n \cdot dt \quad \dots\dots\dots(15)$$

除荷過程(B-C)においては、B点を折返し点とし、Masing則に従ってC'点をめざした除荷曲線は、等価クリープ荷重(Q_{equ})による、この間($T/4 \leq t \leq 3T/4$)

表-2 図-4の各点における荷重～変位～時間の関係

Point	Load	Displacement	Time
A	Q_{ave}	$S_A = S_0$	0
B	Q_{max}	$S_B = S_A + \Delta S_{i(A-B')} + \Delta S_{d(B'-B)}$	$T/4$
C	Q_{min}	$S_C = S_B + \Delta S_{i(B-C')} + \Delta S_{d(C'-C)}$	$3T/4$
D	Q_{max}	$S_D = S_C + \Delta S_{i(C-D')} + \Delta S_{d(D'-D)}$	$5T/4$

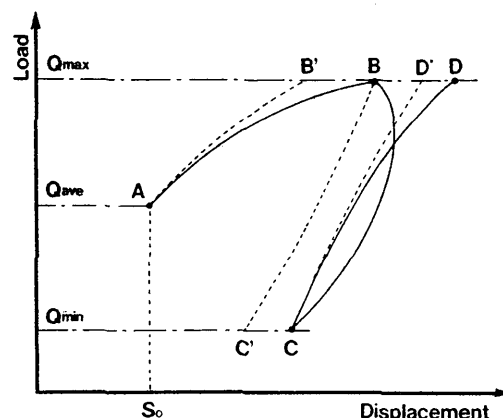


図-4 繰返し荷重～変位応答曲線

のクリープ変位の影響で軌道修正され、結局C点に至る。この間(B-C)の変位増分($\Delta S_{(B-C)}$)は、以下になる。

$$\Delta S_{(B-C)} = \Delta S_{i(B-C')} + \Delta S_{d(C'-C)} \quad \dots\dots\dots(16)$$

$$\Delta S_{i(B-C')} = \frac{-2 \cdot a \cdot Q_{\text{amp}}}{1-b \cdot Q_{\text{amp}}} \quad \dots\dots\dots(17)$$

$$\Delta S_{d(C'-C)} = \int_{T/4}^{3T/4} B_1 \cdot \exp(\beta \cdot Q_{\text{equ}}) \cdot (t_1/t)^n \cdot dt \quad \dots\dots\dots(18)$$

同様に再载荷過程(C-D)においては、C点を折返し点とし、Masing則に従ってD'点をめざした再载荷曲線は、等価クリープ荷重(Q_{equ})による、この間($3T/4 \leq t \leq 5T/4$)のクリープ変位がさらに付加されることにより、結局D点に至る。この間(C-D)の変位増分($\Delta S_{(C-D)}$)は、以下になる。

$$\Delta S_{(C-D)} = \Delta S_{i(C-D')} + \Delta S_{d(D'-D)} \quad \dots\dots\dots(19)$$

$$\Delta S_{i(C-D')} = \frac{2 \cdot a \cdot Q_{\text{amp}}}{1-b \cdot Q_{\text{amp}}} \quad \dots\dots\dots(20)$$

$$\Delta S_{d(D'-D)} = \int_{3T/4}^{5T/4} B_1 \cdot \exp(\beta \cdot Q_{\text{equ}}) \cdot (t_1/t)^n \cdot dt \quad \dots\dots\dots(21)$$

以後、同様の操作を半サイクルごとに繰返すことにより、繰返し荷重～変位応答曲線の概略値を求めることができる。

図-5は、時間経過とともに構成した上述の繰返し荷重～変位応答曲線を、繰返し変位～時間応答曲線として表した模式図である。同図のA点～D点は図-4のそれぞれに対応する。上下の点線は、この繰返し変位～時間応答曲線の包絡線を表しており、ここではそれぞれ、最大荷重時の累積変位曲線、最小荷重時の累積変位曲線

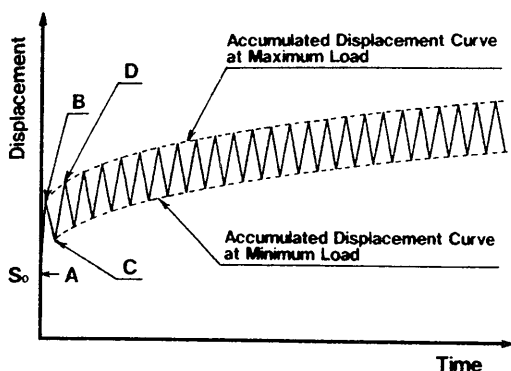


図-5 繰返し変位～時間応答曲線

と呼ぶ。繰返し変位～時間応答曲線は、上述の繰返し計算による変位を経過時間に対して個々にプロットすれば求められるが、以下では、最大荷重時と最小荷重時の累積変位曲線（図-5の上下の点線）を表す式が解析解（閉解）として得られることを示す。

ここでは、まず、B点からD点の間の変位量($S_D - S_B$)について考える（表-2参照）。 $S_D - S_B$ は、式(16)(19)の和、すなわち式(17)(18)(20)(21)の和として表されるので、

$$S_D - S_B = \int_{T/4}^{5T/4} B_1 \cdot \exp(\beta \cdot Q_{\text{equ}}) \cdot \left(\frac{t}{t_1}\right)^n \cdot dt \quad \dots\dots\dots(22)$$

となる。式(22)は、B点からD点へ変位が進行する（図-4においては、B-C-Dのループが閉じない）原因が、等価クリープ荷重(Q_{equ})による、この間($T/4 \leq t \leq 5T/4$)のクリープ変位の発生によるものであることを示している。式(22)は、等価クリープ荷重($Q_{\text{equ}} = Q_{\text{ave}} + 1/\beta \cdot \ln(\lambda)$)を代入し積分することにより、さらに以下のように変形できる。

$$S_D = \frac{\lambda \cdot B_1 \cdot t_1 \cdot \exp(\beta \cdot Q_{\text{ave}})}{1-n} \cdot \left(\frac{5T/4}{t_1}\right)^{1-n} + S_B - \frac{\lambda \cdot B_1 \cdot t_1 \cdot \exp(\beta \cdot Q_{\text{ave}})}{1-n} \cdot \left(\frac{T/4}{t_1}\right)^{1-n} \quad \dots\dots\dots(23)$$

一方、式(12)にB点の条件($S_{\text{equ}} = S_B$, $t = T/4$)を代入することで積分定数(C_2)を決定し、さらに式(12)によりD点($t = 5T/4$)の変位(S_D)を求めると、結果は式(23)に一致する。このことは、繰返し荷重の第一波の最大値であるB点の条件(S_B , $t = T/4$)から式(12)の積分定数を決定することにより、B点と同じ最大荷重時の以後の繰返し荷重における変位を、式(12)によって求めることができることを意味する。同様に、繰返し荷重の第一波の最小値であるC点の条件(S_C , $t = 3T/4$)から式(12)の積分定数を決定することにより、C点と同じ最小荷重時の以後の繰返し荷重における変位を、式(12)によって求めることができる。このことは、図-1に示した除荷・再載荷曲線が閉じており、B点（あるいは、C点）以降における1サイクルあたりの即時変

位増分の和が常にゼロであるため、以後の繰返し荷重による1サイクルあたりの杭の変位増分が、式(22)で表されるように、等価クリープ荷重(Q_{equ})によるクリープ変位増分のみ依存するためである。

そこで、繰返し荷重の初期値であるA点の変位($S_A = S_0$)から式(13)(14)(15)によってB点の変位を求め、B点の変位と時間から式(12)の積分定数を決定することによって最大荷重時の累積変位曲線式(S_{upper})を求めると、以下ようになる。

$$S_{\text{upper}} = \frac{\lambda \cdot B_1 \cdot t_1 \cdot \exp(\beta \cdot Q_{\text{ave}})}{1-n} \cdot \left(\frac{t}{t_1}\right)^{1-n} + C_{\text{upper}} \\ C_{\text{upper}} = S_0 + \frac{a \cdot Q_{\text{max}}}{1-b \cdot Q_{\text{max}}} - \frac{a \cdot Q_{\text{ave}}}{1-b \cdot Q_{\text{ave}}} + (\mu - \lambda) \cdot \frac{B_1 \cdot t_1 \cdot \exp(\beta \cdot Q_{\text{ave}})}{1-n} \cdot \left(\frac{T/4}{t_1}\right)^{1-n} \\ \text{ただし、} t \geq T/4 \quad \dots\dots\dots(24)$$

さらに式(16)(17)(18)からC点の変位を求め、C点の変位と時間から式(12)の積分定数を決定することによって最小荷重時の累積変位曲線式(S_{lower})を求めると、以下ようになる。

$$S_{\text{lower}} = \frac{\lambda \cdot B_1 \cdot t_1 \cdot \exp(\beta \cdot Q_{\text{ave}})}{1-n} \cdot \left(\frac{t}{t_1}\right)^{1-n} + C_{\text{lower}} \\ C_{\text{lower}} = C_{\text{upper}} - \frac{2 \cdot a \cdot Q_{\text{amp}}}{1-b \cdot Q_{\text{amp}}} \\ \text{ただし、} t \geq 3T/4 \quad \dots\dots\dots(25)$$

ここに、 Q_{ave} は平均荷重、 Q_{amp} は荷重振幅、 Q_{max} は繰返し荷重の最大値($= Q_{\text{ave}} + Q_{\text{amp}}$)、 a と b は杭の即時変位パラメーター、 B_1 と β と n は杭のクリープ変位パラメーター、 t_1 は B_1 を定義する際の基準時間、 T は周期、 t は時間、 S_0 は繰返し荷重開始直前(A点、 $t=0$)における杭の変位、 λ と μ は表-1に示すクリープ変位の応答倍率である。式(24)(25)より、繰返し荷重に伴う粘土中の杭の累積変位は、等価クリープ荷重(Q_{equ})によるクリープ変位の経時変化として表せることがわかる。

図-5の上下の点線の差、すなわち、 S_{upper} と S_{lower} の差は繰返し変位の両振幅(S_{DA})に対応するので、式(24)(25)より、

$$S_{\text{DA}} = S_{\text{upper}} - S_{\text{lower}} \\ = C_{\text{upper}} - C_{\text{lower}} \\ = \frac{2 \cdot a \cdot Q_{\text{amp}}}{1-b \cdot Q_{\text{amp}}} \quad \dots\dots\dots(26)$$

となる。式(26)より、変位両振幅の大きさは除荷・再載荷における即時変位増分の大きさ（式(17)(20)）に一致することがわかる。さらに、式(26)は、一方向の規則的な繰返し荷重を受ける粘土中の杭の変位両振幅の大きさは、平均荷重値には無関係で荷重振幅の大きさのみ依存し、繰返し荷重中、常に一定となることを示し

ている。

式 (24) (25) は、 $Q_{amp} \rightarrow 0$ の場合、 $\mu \rightarrow 1$ および $\lambda \rightarrow 1$ となって完全に一致し、以下ようになる。

$$S_{upper} = S_{lower} = \frac{B_1 \cdot t_1 \cdot \exp(\beta \cdot Q_{ave})}{1-n} \cdot \left(\frac{t}{t_1}\right)^{1-n} + S_0 \quad (27)$$

ゆえに、荷重振幅がゼロの場合を表す本解析解は、一定荷重を受ける粘土中の杭の変位～時間応答式 (式 (4)) に対応する。式 (26) は、 $Q_{amp} \rightarrow 0$ の場合、 $S_{DA} = 0$ となり、一定荷重を受ける粘土中の杭の変位両振幅の大きさがゼロであることを表す。

以上の解析解 (式 (24) (25) (26)) によれば、一方向の規則的な繰返し荷重を受ける粘土中の杭の変位応答に影響を及ぼす平均荷重、荷重振幅、周期、荷重波形 (表—1 に示すように、 μ と λ の値に反映される) および杭を支える粘土の力学的特性等の諸要因の定量的評価が可能となる。なお、繰返し回数 (N) は、 S_{upper} と S_{lower} の右辺第一項に明に表れることはないが、周期 (T) とともに換算された載荷時間 ($t = N \cdot T$) として暗に表現されることになる。

2.3 解析解の適用範囲

Singh & Mitchell⁸⁾、Mitchell ら¹¹⁾によれば、式 (3) のベースである粘土のクリープモデル⁸⁾の適用できるせん断強度の範囲は、通常の試験による値の 20-30～80-90 % の間である。したがって、この適用範囲と後述する図—8 に示された杭のクリープ挙動の荷重レベル依存性の両者から判断し、式 (3) の適用できる荷重範囲を図—8 の第二領域とみなすことは不合理ではないであろう。この第二領域と第三領域を区分する荷重値は、いわゆる杭の降伏荷重¹²⁾である。

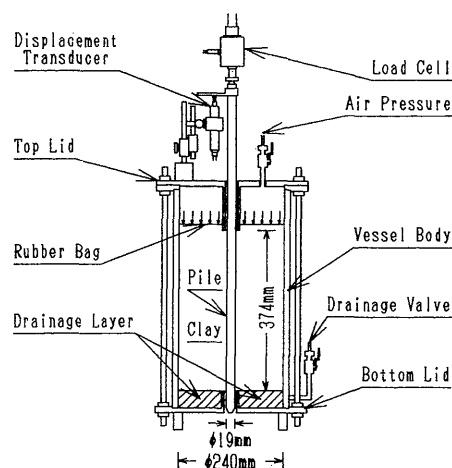
ゆえに、式 (3) に基づく本解析解の適用範囲は、作用する繰返し荷重の最大値が杭の降伏値を超えない荷重領域に限定される。さらに、繰返し荷重の最小値が図—8 に示す第一領域に踏込まないことが必要である。しかしながら、繰返し載荷中、杭のクリープ変位の発生に関与するのは主に最大値付近の荷重であることを考慮すると、本解析解の適用範囲を第一領域にまで拡張することは近似的に許されるであろう。

3. 模型実験の概要

実験に用いた試料は、豊浦砂を加えることにより、塑

表—3 模型地盤の物理的性質

Specific Gravity of Particles	G_s	:	2.68	
Liquid Limit	w_L	:	64.9	(%)
Plastic Limit	w_p	:	28.9	(%)
Plasticity Index	I_p	:	36.0	
Fraction of Soil Components	Sand	:	32.3	(%)
	Silt	:	26.4	(%)
	Clay	:	41.3	(%)



図—6 実験土槽の概略図

性指数を調整した川崎粘土である。表—3 にその物理的性質を示す。

実験土槽は、内径 240 mm、厚さ 13.5 mm、深さ 500 mm (有効深さ 374 mm) の塩化ビニール製の本体部とステンレス製の上下の蓋を、ボルト締めにより組み立てたものである (図—6)。土槽の上蓋と底蓋の中央部は、取り外し可能な栓を有する杭の貫入孔になっている。内面に紙を張り付けた土槽内に、十分攪拌・脱気した粘土試料を、空気が混入しないよう静かに投入した。所定量を投入後、剛な加圧板を介し、予備圧密した。圧密沈下量をモニターすることにより、約一週間で一次圧密の 90 % が終了したことが確認できた。予備圧密終了後、加圧板を撤去し、代わりにセットしたドーナツ状のラバーバッグの空気圧による本圧密を開始した。本圧密は、予備圧密の 3 倍の圧力の下で、二週間継続した。

模型杭は、外径 19 mm、長さ 750 mm のアルミニウム棒である。杭表面は、砕いた豊浦砂を薄く張り付け、十分粗くした。所定の圧密日数終了後、塞いでいた土槽の上下の貫入孔の栓を取り外し、ガイドを用いて、30 mm/min の速度で杭を押し込んだ。模型地盤の下端から先端が突出するまで杭を貫入させることにより、試験時には周面抵抗だけが発揮される。上下の貫入孔の直径 (30 mm) は杭径に対して余裕があるので、杭は土槽内部の土のみにより支持され、試験に際し余計な抵抗力は生じない。杭の貫入に伴って発生する過剰間隙水圧の消散および地盤の安定を待ち、試験は杭の設置から 3 日後に行った。本圧密開始から杭の設置、再圧密、試験終了まで終始、拘束圧 (ラバーバッグの空気圧) は一定に保持した。

試験内容は、静的載荷試験 (表—4 の S1～S3)、一定荷重載荷試験 (表—4 の C1～C4) および一方向繰返し載荷試験 (表—5) である。杭の変形挙動は地盤の載荷履歴および再圧密履歴等の影響を強く受けるので、すべての試験ごとに模型地盤を新しく作製した。

表—4 静的載荷試験および一定荷重載荷試験一覧表

Test No.	Load Increment (kgf)	Time Interval (sec)	Load Step
S1	2.50	90	11
S2	2.50	300	10
S3	2.00	900	12
C1	17.55	1000	1
C2	16.20	1000	1
C3	13.33	1000	1
C4	11.28	1000	1

表—5 繰返し載荷試験一覧表

Test No.	Ave. Load Q_{ave} (kgf)	Load Amp. Q_{amp} (kgf)	Period (sec)	Load Shape
CY1	11.63	7.03	25.4	Sinusoidal
CY2	14.32	4.55	7.1	Sinusoidal
CY3	9.65	7.10	36.2	Sinusoidal
CY4	13.70	4.65	36.2	Trapezoidal
CY5	9.59	5.12	36.2	Trapezoidal

静的載荷試験結果は、一定荷重載荷試験および繰返し載荷試験を行う際の基準値となる。一般によく知られているように、粘土の強度は載荷速度の影響を受けるので、粘土中の杭の支持力も載荷速度の影響を受ける¹³⁾。したがって、静的載荷試験は3種類の載荷速度で行った。これらの試験方法はいずれも、荷重を段階的に増加させ各段階の荷重増分および荷重保持時間をすべて一定とする、荷重制御方式である。載荷（荷重）速度に変化をもたせるため、主に各段階の荷重保持時間を違えてある。試験はいずれも、途中の除荷過程を含まない、1サイクルで行った。

一定荷重載荷試験は、杭のクリープ変位パラメーターを求めるため、4種類の荷重レベルで行った。所定の荷重レベルまで速やかに載荷した後、荷重を一定に保持し、時間経過に伴う杭の変位を計測した。

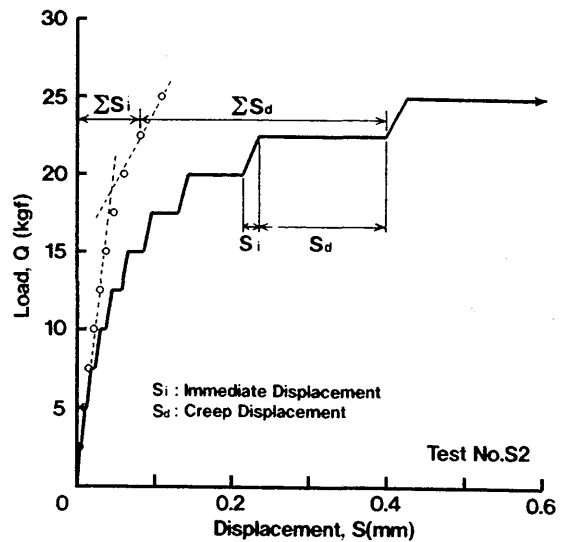
繰返し載荷試験は、一定荷重載荷試験と同様、平均荷重 (Q_{ave}) まで速やかに載荷した後、すぐに繰返し荷重を杭に作用させた。したがって、杭に平均荷重を作用させ終えた時点が、繰返し載荷開始 ($t=0$) となる。

杭の載荷は空圧式繰返し載荷方式¹⁴⁾で行った。また、粘土のクリープ挙動は温度の影響¹¹⁾を受けるので、予備圧密過程から試験終了まで終始、実験土槽を恒温水槽中においた。

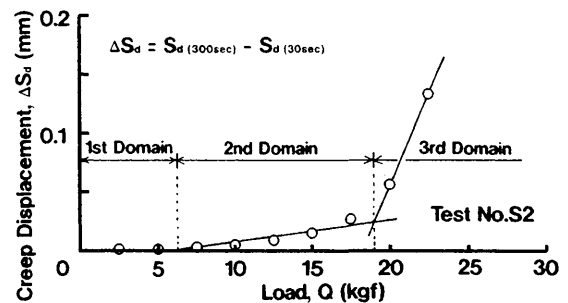
4. 実験結果の解析

4.1 粘土中の杭の基準支持力

図—7 に静的載荷試験結果の一例 (Test No. S2) を示す。実線は荷重～変位曲線を表しており、丸印は荷重と即時変位の関係である。荷重～即時変位関係は、厳密に言えば非線形であるが、2本の直線（点線）ではほぼ近似可能である。極限荷重の30%程度の荷重までは、クリープ変位の発生はほとんどなく、杭の変位の大部分は即時変位とみなすことが可能である。しかし、それ以上



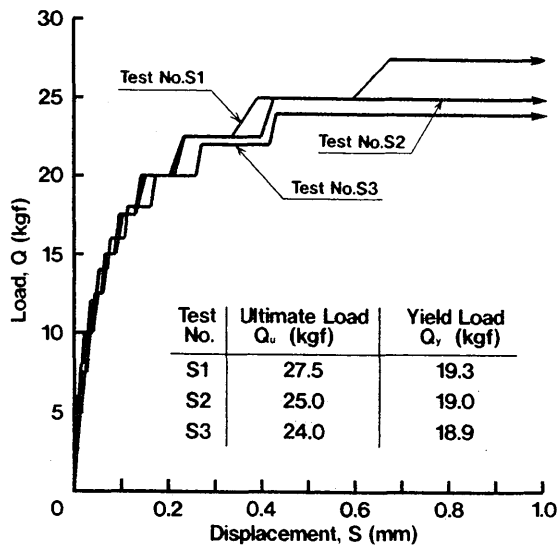
図—7 荷重～変位曲線と荷重～即時変位関係 (Test No. S2)



図—8 クリープ変位と荷重の関係 (Test No. S2)

になると、荷重の増加とともに累積するクリープ変位量は確実に増加する。クリープ変位の累積は、荷重と即時変位の初期線形関係が変化した後の大きな荷重レベルにおいて特に顕著である。最終的に杭は、その荷重保持時間中に発生するクリープ変位の急激な増大によって破壊に至る。

図—8 は、図—7 の結果をもとに、荷重保持時間中（ただし、載荷してから30 sec～300 secの間）に発生したクリープ変位とその時の荷重の関係を示したものである。発生したクリープ変位を2本の直線で近似することにより、杭に作用する荷重を3つの領域に分けることができる。すなわち、クリープ変位がほとんど発生しない第一領域、荷重の増加にほぼ比例してクリープ変位が増加する第二領域、荷重の増加に比較してクリープ変位が急増する第三領域である。同様の荷重領域区分は、村山・柴田¹⁵⁾によっても行われている。図—8の方法は慣用の降伏荷重の判定法¹²⁾のひとつ（いわゆる $\Delta S/\Delta \log t-Q$ 法）と本質的に同じであるので、第二領域と第三領域を区分する荷重値は杭の降伏荷重に対応する。この荷重値は上限降伏値¹⁵⁾、Yield Value¹⁶⁾、クリープ荷重^{17), 18)}と称され、粘土中の杭はこの荷重を境として異なった挙動を示すとされている。この杭の挙動変化は、図—7 に示したように、2本の直線（点線）で近似された荷重と即



図—9 荷重～変位曲線 (Test No. S1～S3, 試験条件は表—4を参照のこと)

時変位の関係に現れている。

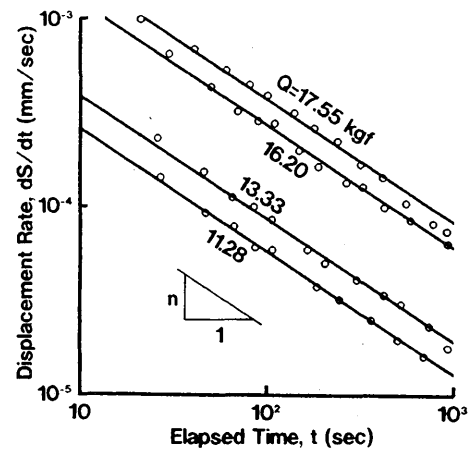
図—9は、上記の Test No. S2 も含めた 3 種類の載荷速度による静的載荷試験の荷重～変位曲線である。同図には、それぞれの試験から得られた極限荷重 (Q_u) と降伏荷重 (Q_y) の値も示している。図—9より、載荷速度の違いにより、極限荷重の値は変化していることがわかる。載荷速度が大きければ大きいほど粘土中の杭が大きな支持力を発揮することは、現場実験結果^{2), 19)}でも示されている。一方、降伏荷重の値は載荷速度によらず一定である。降伏荷重の値が載荷速度の影響を受けないことは、他の粘土中の模型杭の実験¹⁵⁾においても示されている。したがって、粘土中の杭の基準値とすべき支持力は、載荷速度によってその大きさが変化する極限值ではなく、載荷速度の影響を受けない降伏値を用いるほうが合理的であろう。ゆえに、本論では、降伏値を杭の基準支持力とする。

なお、以下の一定荷重載荷試験で用いた荷重値および繰返し載荷試験における最大荷重 (Q_{max}) 値の両者とも、この基準支持力を超えていない。

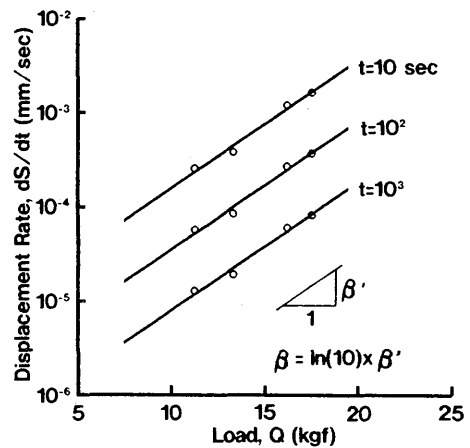
4.2 クリープ変位パラメーター

図—10は、一定荷重載荷過程の杭のクリープ変位速度と経過時間の関係を示したものである。変位速度の対数は時間の対数に逆比例して減少し、荷重の大きさにかかわらず、その逆比例係数 (n) は一定である。図—11は、図—10の結果をもとに、変位速度と荷重の関係を表したものである。荷重が大きくなると変位速度も大きくなるが、その勾配 (β') は経過時間に関係なく一定となっている。

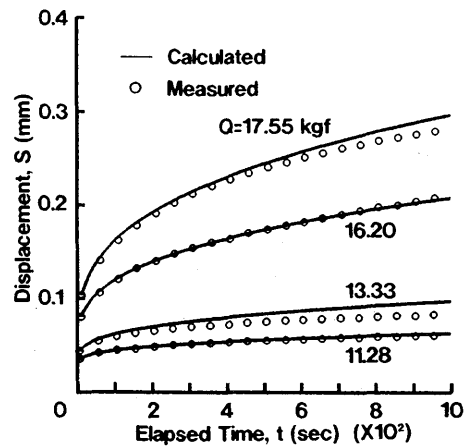
一定荷重を受ける粘土中の杭の変位速度は、式 (3) で表せることはすでに述べた。用いられているパラメーター (B_1, β, n) の定義は、式 (3) を以下のように書き直すことで理解できる。



図—10 クリープ変位速度と経過時間の関係 (Test No. C1～C4)



図—11 クリープ変位速度と荷重の関係 (Test No. C1～C4)



図—12 実測値と計算値の比較 (Test No. C1～C4)

$$\ln(dS/dt) = \ln(B_1) + \beta \cdot Q + n \cdot \ln(t_1) - n \cdot \ln(t) \quad \dots \dots \dots (28)$$

すなわち、 $-n$ はある値 Q における $\ln(dS/dt) \sim \ln(t)$ 関係 (図—10) の傾きである。 β はある一定の時間 t における $\ln(dS/dt) \sim Q$ 関係の傾きを表しており、 β' が $\log(dS/dt) \sim Q$ 関係 (図—11) の傾きなら、 $\beta = \ln 10 \times \beta'$ である。 B_1 は、 $t = t_1$, $Q = 0$ における仮想変位速度と定義される。 n と β の両者は、時間と荷重レベル

によらず、一定と仮定されている。図一10～11より、杭の降伏値以下の中間の荷重領域（図一8の第二領域）で行った本試験結果は、この仮定を満足することがわかる。

得られたパラメーターを式（4）に代入し、各荷重に対する変位と時間の関係を計算すると、図一12に示すような曲線群が得られる。なお、式（4）の積分定数（ C_1 ）は、一番目の測定点の変位と時間を与えることで求めた。図一12において、計算値と実測値を比較すれば、両者はほぼ一致している。したがって、一定荷重を受ける粘土中の杭のクリープ変位の経時変化は、図一10～11の方法で得られたパラメーターを用い、式（4）によって近似的に表せることがわかる。

4.3 繰返し载荷試験結果と計算結果の比較

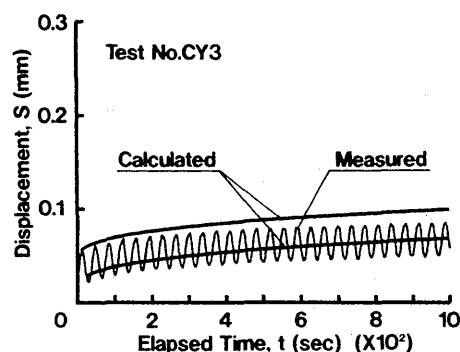
一方向の規則的な繰返し荷重を受ける粘土中の杭の変位応答計算には、4.2で得られた杭～地盤系のクリープ変位パラメーターの値と合わせて、荷重～即時変位応答を規定する式（2）のパラメーターの値を必要とする。粘土中の剛な杭の荷重～即時変位関係は、図一7で示したように降伏荷重以下では、ほぼ線形と近似できる。したがって、降伏値以下の荷重レベルで行った本繰返し载荷試験では、荷重～即時変位応答を線形と仮定する。線形と仮定された杭の荷重～即時変位応答は、式（2）において $b=0$ とおき、以下のように表せる。

$$Q = k_i \cdot S_i \dots \dots \dots (29)$$

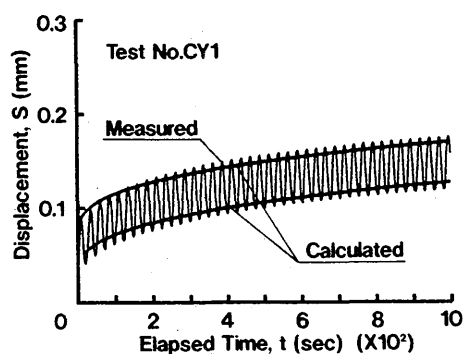
ここに、 $k_i (=1/a)$ はばね定数である。計算で用いたばね定数は、繰返し荷重を受ける杭にあらかじめ作用さ

せた平均荷重（ Q_{ave} ）を、そのときに生じた変位（ S_0 ）で除して得られた値（ $k_i = Q_{ave}/S_0$ ）とした。

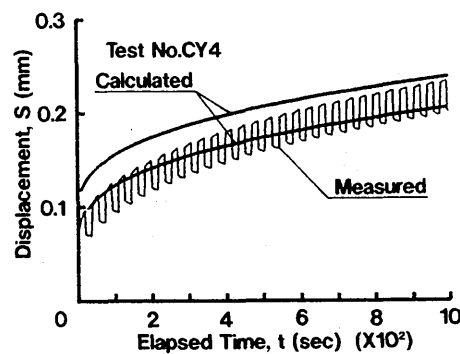
図一13～17に杭頭変位の実測値と計算値の比較を示す。各々の図の横軸は、繰返し荷重の周期と繰返し回数の積で表される経過時間（载荷時間）である。計算値は、繰返し荷重の最大値と最小値における累積変位曲線を表しており、式（24）（25）より得られた結果である。繰返し载荷中の杭の変位両振幅の大きさは、荷重振幅の値が一定なので、式（26）で示されたように一定であることがわかる。累積変位の計算値は実測値とおおむね良い対応を示しており、一方向の規則的な繰返し荷重を受ける粘土中の杭の変位応答は本解析解によって説明できることがわかる。このことは、繰返し载荷に伴い累積する杭の変位は、それを支える粘土のクリープ変形に起因するものであることを示している。



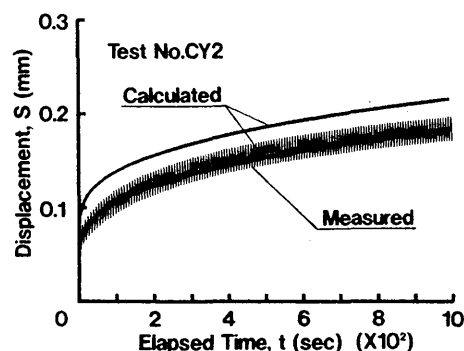
図一15 実測値と計算値の比較（Test No. CY3）



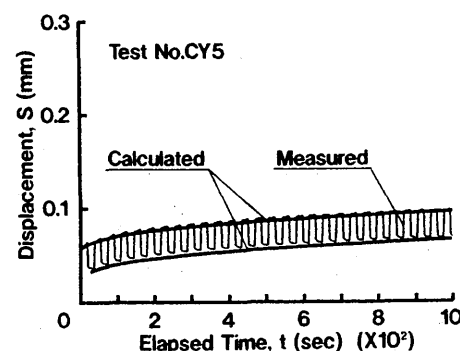
図一13 実測値と計算値の比較（Test No. CY1）



図一16 実測値と計算値の比較（Test No. CY4）



図一14 実測値と計算値の比較（Test No. CY2）



図一17 実測値と計算値の比較（Test No. CY5）

5. 結 論

杭に作用する一定荷重は一方向の規則的な繰返し荷重の特殊な場合に相当する。ゆえに、本論では、一定荷重を受ける粘土中の杭の即時変位応答式およびクリープ変位応答式を拡張することにより、一方向の規則的な繰返し荷重を受ける粘土中の杭の変位応答の解析解（閉解）を誘導した。

本解析解（式（24）（25）（26））によれば、杭の変位応答に影響を及ぼす繰返し荷重の平均値、振幅、波形、周期、回数（ただし、載荷時間に換算される）および杭を支える地盤（粘土）の力学的特性等の諸要因の定量的評価が可能である。

本解析解による計算値と模型実験による実測値を比較したところ、満足できる結果が得られた。この結果は、本解析解の妥当性を示すとともに、繰返し載荷に伴い累積する変位は、杭を支える粘土のクリープ変形によってもたらされたものであることを意味している。

謝 辞

本研究をまとめるにあたり、千葉大学工学部上杉守道助教授の助言を受けました。記して謝意を表します。

参考文献

- 1) Broms, B. B. : Bearing Capacity of Cyclically Loaded Piles, Proc., Swedish Geotechnical Institute, No. 44, pp.1~16, 1972
- 2) Jaime, A. et al. : Behavior of Friction Piles in Mexico City Clay, Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol.116, No.6, pp.915~931, 1990
- 3) McAnoy, R. P. L. et al. : Cyclic Tensile Testing of a Pile in Glacial Till, Proc., 2nd International Conference on Numerical Methods in offshore Piling, pp.257~292, 1982
- 4) Puech, A. A. : Basic Data for the Design of Tension Piles in Silty Soils, 3rd Behaviour of Offshore Structures, BOSS '82, Vol.1, pp.141~157, 1982
- 5) Karlsrud, K. et al. : Piles in Clay under Cyclic Axial Loading-Field Tests and Computational Modelling, Proc., 3rd International Conference on Numerical Methods in offshore Piling, pp.165~190, 1986
- 6) Chin, F. K. : Estimation of the Ultimate Load of Piles from Tests not Carried to Failure, Proc., 2nd Southeast Asian Conference on Soil Engineering, pp.81~90, 1970
- 7) Yamaguchi, H. : Panel Discussion, Proc., 9th ICSMFE, Vol.3, pp.382~384, 1977
- 8) Singh, A. and Mitchell, J. K. : General Stress-Strain-Time Function for Soils, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol.94, No.SM1, pp.21~46, 1968
- 9) Edil, T. B. and Mochtar, I. B. : Creep Response of Model Pile in Clay, Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol.114, No.11, pp.1245~1260, 1988
- 10) 足立紀尚, 龍岡文夫 : 新体系土工学 18 土の力学 (Ⅲ), 技報堂出版, pp.242~252, 1981
- 11) Mitchell, J. K. et al. : Soil Creep as a Rate Process, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol.94, No.SM1, pp.231~253, 1968
- 12) 土質工学会 : クイの鉛直載荷試験基準・同解説, 土質工学会, pp.76~83, 1972
- 13) Briaud, J. L. and Garland, E. : Loading Rate Method for Pile Response in Clay, Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol.111, No.3, pp.319~335, 1985
- 14) Chan, C. K. : An Electropneumatic Cyclic Loading System, Geotechnical Testing Journal, ASTM, Vol.4, No.4, pp.183~187, 1981
- 15) 村山朔郎, 柴田 徹 : 粘土中の摩擦グイの支持力とその新測定法, 土木学会論文集, 第59号, pp.49~56, 1958
- 16) Housel, W. S. : Pile Load Capacity: Estimates and Test Results, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol.92, No.SM4, pp.1~30, 1966
- 17) Hansbo, S. : Foundations on Friction Creep Piles in Soft Clays, Proc., International Conference on Case Histories in Geotechnical Engineering, Vol.2, pp.913~922, 1984
- 18) ISSMFE Subcommittee on Field and Laboratory Testing : Axial Pile Loading Test-Part I : Static Loading, Geotechnical Testing Journal, ASTM, Vol.8, No.2, pp.79~90, 1985
- 19) Bjerrum, L. : Problems of Soil Mechanics and Construction on Soft Clays and Structurally Unstable Soils, State of the Art Report, Proc., 8th ICSMFE, Vol.3, pp.111~159, 1973

(1991年8月21日原稿受理, 1992年3月3日採用決定)